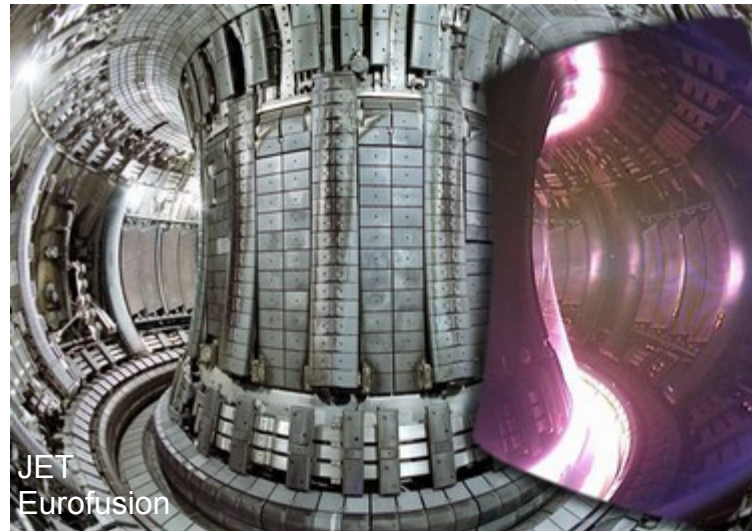


# INTRODUCTION AUX PLASMAS POUR LA FUSION PAR CONFINEMENT MAGNÉTIQUE

## I – Fusion et Confinement Magnétique

**Cyrille Honoré** [cyrille.honore@polytechnique.edu](mailto:cyrille.honore@polytechnique.edu)

Laboratoire de Physique des Plasmas  
CNRS – SU – UPSud – ObsPM,  
École Polytechnique – IPParis  
91128 Palaiseau cedex, France



# Plan

- **I Fusion et confinement magnétique**
  - **I.1 Introduction à la fusion par confinement magnétique**
    - 1.a Le contexte de la fusion
    - 1.b La réaction de fusion
    - 1.c Le critère de Lawson
  - **I.2 Configuration magnétique et confinement des particules**
  - **I.3 Progression des performances du confinement magnétique**
  
- **II Stabilité MHD et transport**
  
- **III Chauffage et diagnostics de mesure**

**Cours développé initialement  
par Pascale Hennequin, Laure Vermare et Pierre Morel**

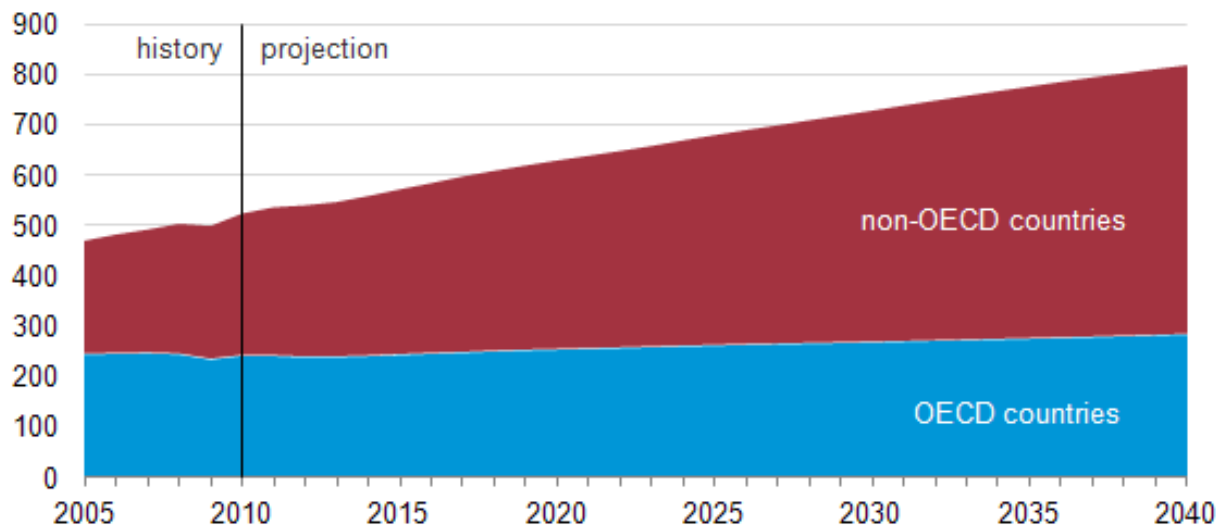
**Version la plus récente :  
<https://ao.lpp.polytechnique.fr/index.php/s/4bhS3LYENZ36gTI>  
ou <http://bit.ly/2L4xBXv> mot de passe : fusion2017**

# Contexte de la fusion : besoins en énergie

L'intérêt pour la fusion contrôlée par confinement magnétique vient du besoin de développer de nouvelles sources d'énergies pour répondre à l'**augmentation des besoins en énergie** : la population mondiale continue d'augmenter, et le développement économique s'accompagne d'une augmentation de la consommation par habitant.

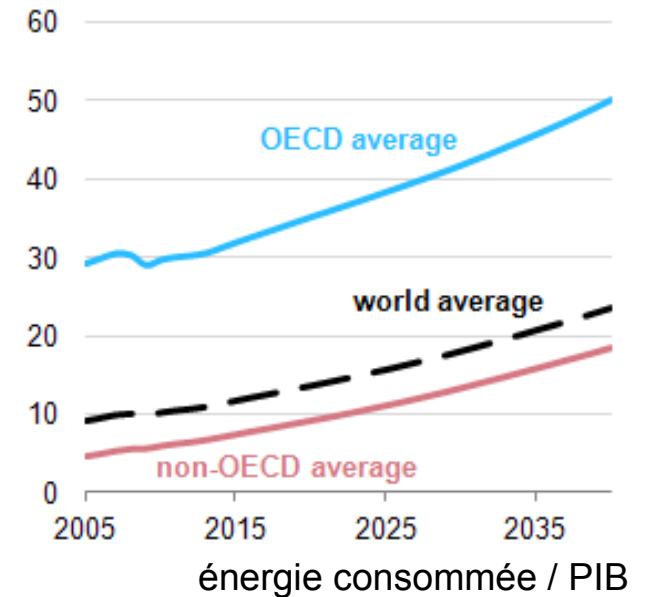
Les efforts pour réduire la consommation d'énergie ne suffisent à contrecarrer l'accroissement de l'activité.

Projected world primary energy consumption  
quadrillion Btu

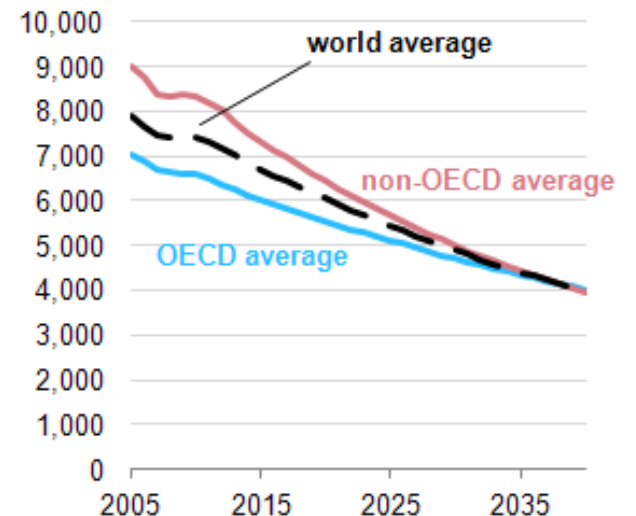


US Energy Information

PIB / habitant  
GDP per capita  
thousand 2005 dollars per person  
eia



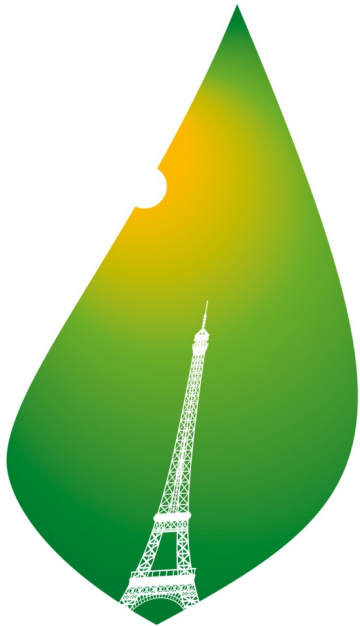
énergie consommée / PIB  
Delivered energy use per unit GDP  
Btu per 2005 dollar



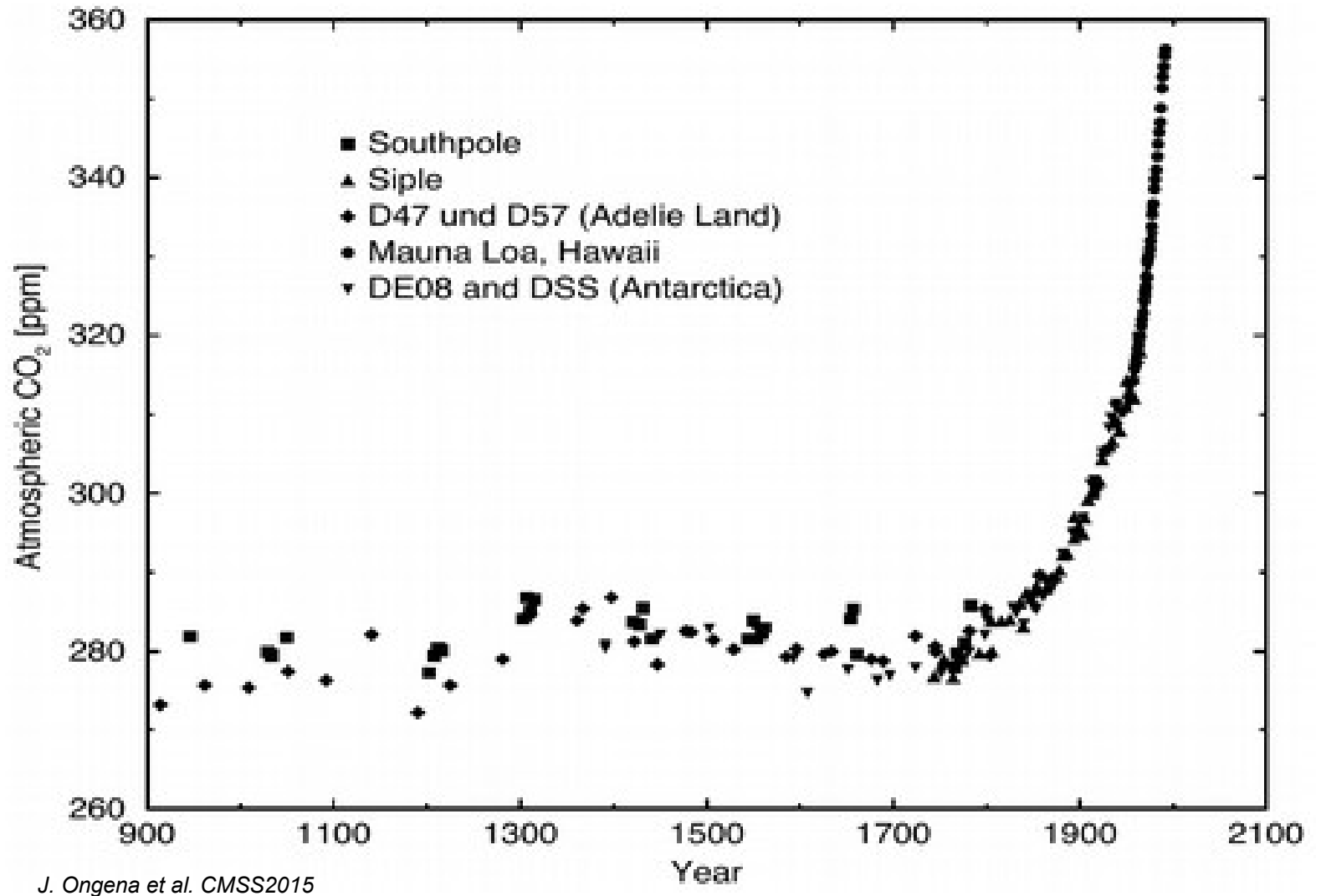
# Réduction des énergies fossiles

Le réchauffement climatique impose en plus de **réduire la consommation des énergies fossiles** :

- le charbon
- le pétrole
- le gaz



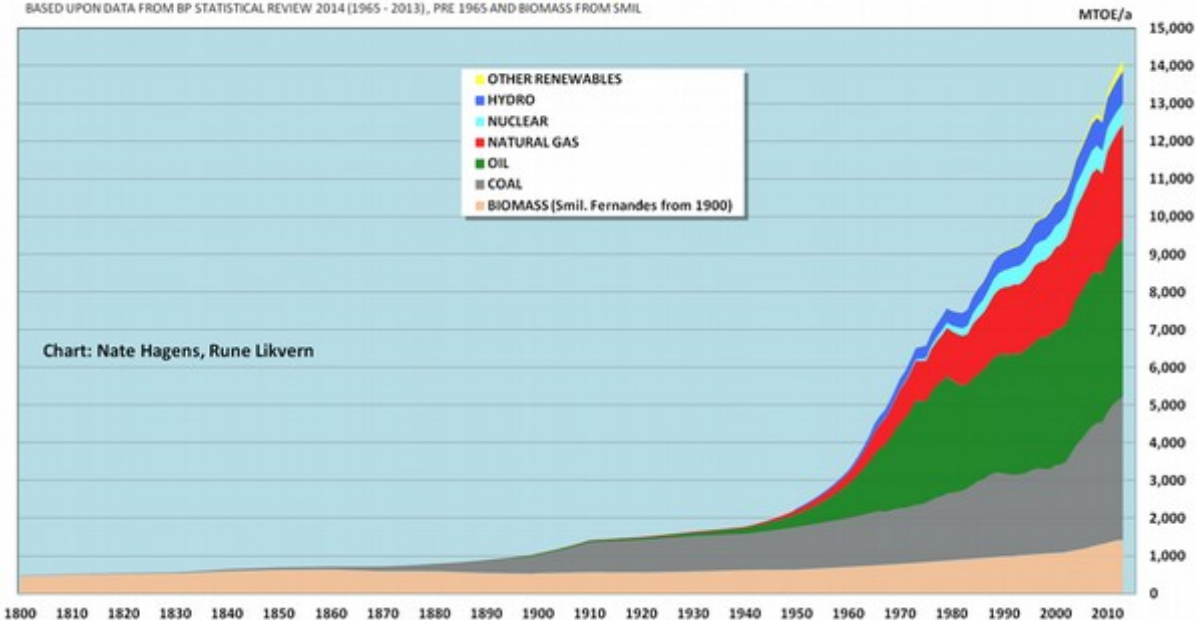
COP21 • CMP11  
**PARIS 2015**  
UN CLIMATE CHANGE CONFERENCE



# Développement des énergies renouvelables

GLOBAL ENERGY CONSUMPTION AND MIX 1800 - 2013

BASED UPON DATA FROM BP STATISTICAL REVIEW 2014 (1965 - 2013), PRE 1965 AND BIOMASS FROM SMIL

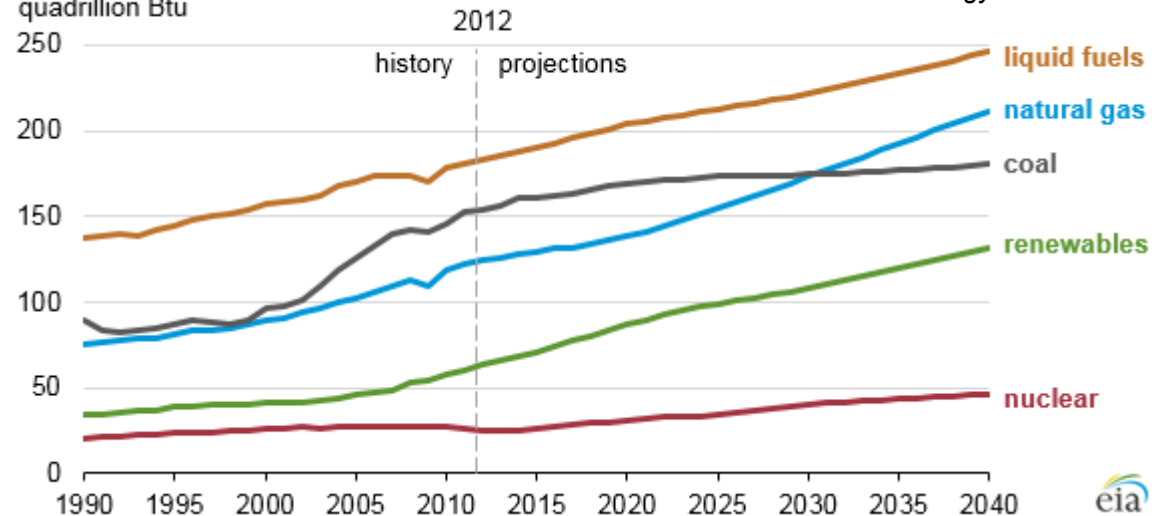


L'augmentation de la consommation d'énergie au cours du 20<sup>e</sup> siècle s'est surtout fait grâce aux énergies fossiles.

La réponse à l'augmentation de la demande en énergie au 21<sup>e</sup> siècle passe par **une augmentation très importante des énergies renouvelables.**

Les projections actuelles indiquent que les énergies renouvelables ne suffisent pas à compenser la réduction de la part des énergies fossiles.

World energy consumption by source, 1990-2040  
quadrillion Btu



# Fission nucléaire

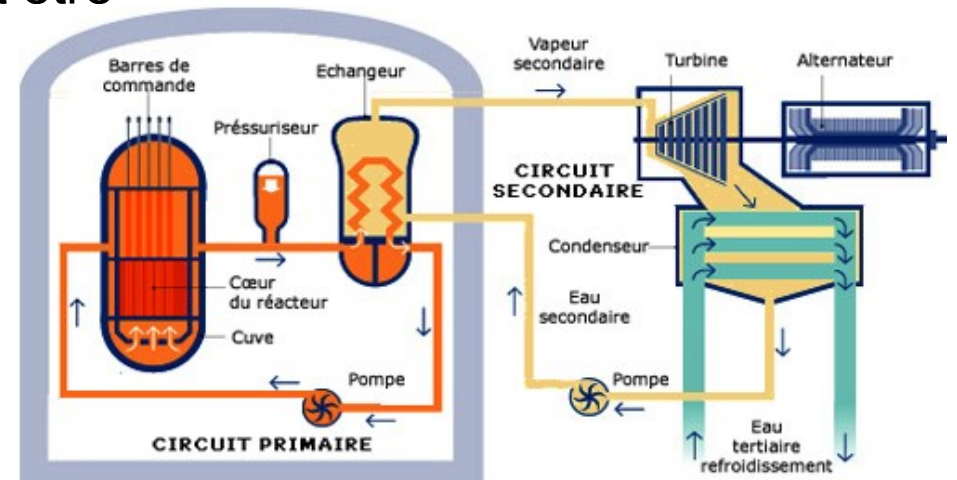
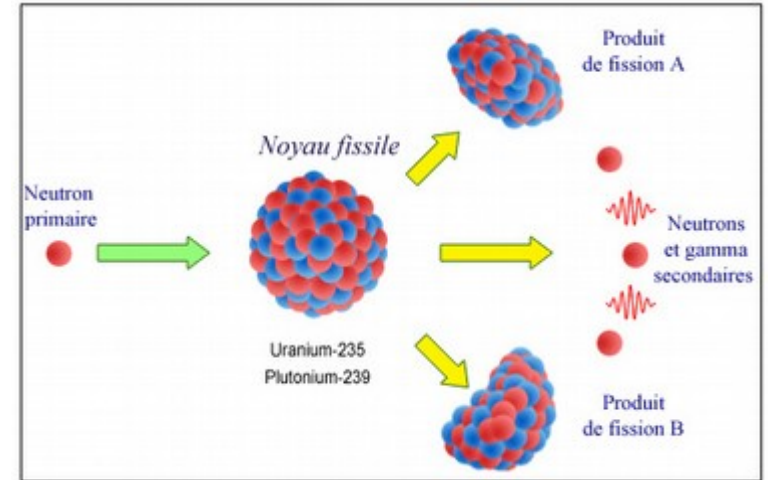
Une source d'énergie utilisée est la fission nucléaire de noyaux lourds.

La plupart des centrales nucléaires actuelles utilisent l'uranium 235.

La fission nucléaire a l'avantage de ne pas produire de CO<sub>2</sub>.

Elle présente des inconvénients :

- la réaction est une **réaction en chaîne** : il y a un risque d'emballement.
- Même quand les barres de contrôle sont descendues, le cœur continue de produire de la chaleur et doit être refroidi pour éviter de rentrer en fusion.
- Certains produits de fission sont des éléments **radioactifs à très longue durée de vie**.
- Il y a un risque de **prolifération du plutonium**.



laradioactivite.com

# Fusion nucléaire

L'alternative est la fusion nucléaire.

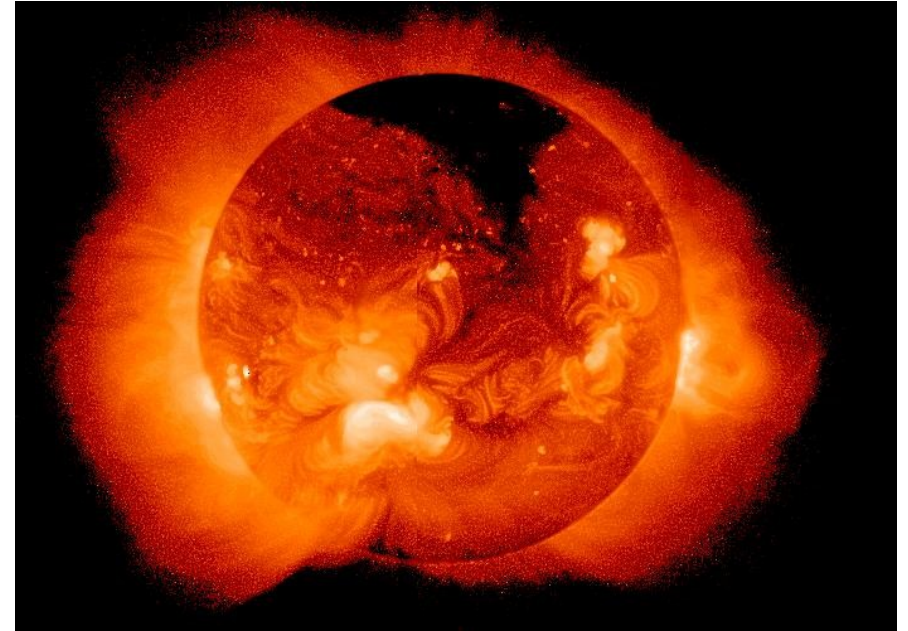
La réaction est essentielle dans l'univers : c'est le moteur des étoiles.

Le soleil est composé de 70% d'hydrogène et 30% d'hélium. À cause de sa masse (et de la gravité), sa température centrale est  $15 \cdot 10^6$  K, et sa densité est de  $150$ .

Ces conditions suffisent à engendrer la fusion de l'hydrogène.

Cette réaction est néanmoins très difficile à provoquer : le soleil produit  $8\text{W}/\text{m}^3$  grâce à la fusion.

Ce faible niveau de production d'énergie suffit à équilibrer la pression due à la gravitation, et garantir une durée de vie de 10 milliards d'année.



# Réaction de fusion

La masse des noyaux des atomes n'est pas égale à la somme des masses des nucléons.

La différence correspond à l'énergie de liaison des nucléons dans le noyau.

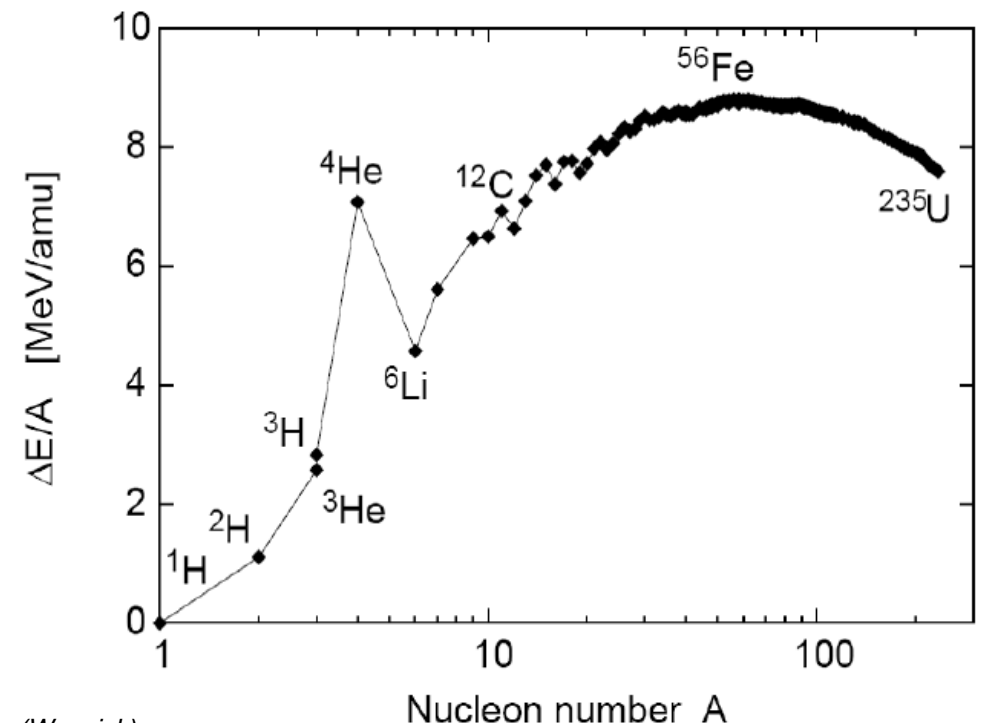
Plus l'énergie de liaison par nucléon est forte, plus le noyau est stable.

Le noyau le plus stable est le noyau de fer.

Les noyaux plus lourds que le fer, comme l'uranium, libèrent de l'énergie par fission en devenant des noyaux plus petits.

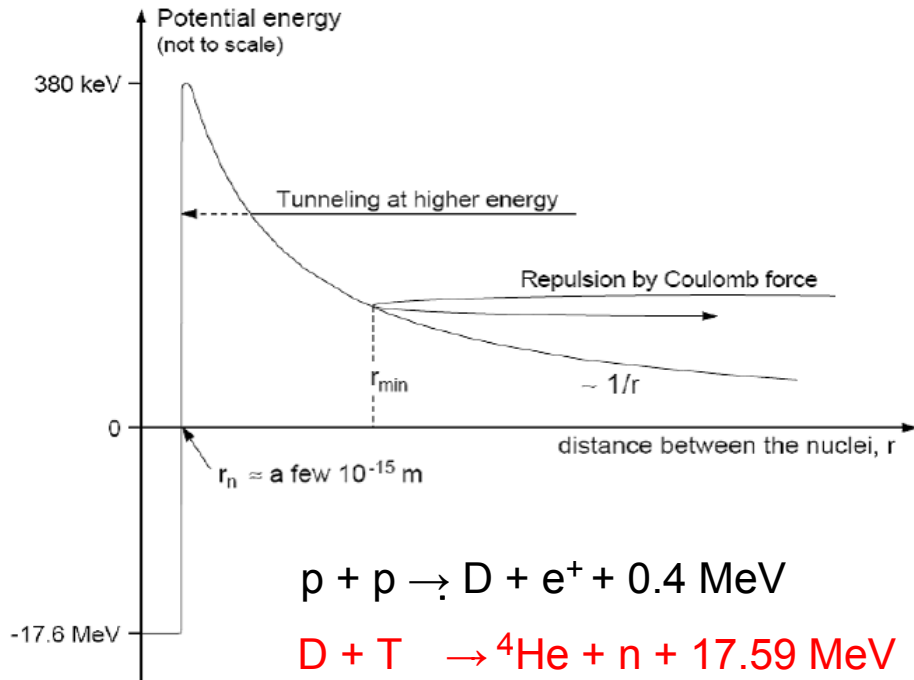
Les noyaux plus légers, comme l'hydrogène et ses isotopes, libèrent de l'énergie en fusionnant pour former des noyaux plus lourds.

La fusion libère beaucoup plus d'énergie par nucléon que la fission.

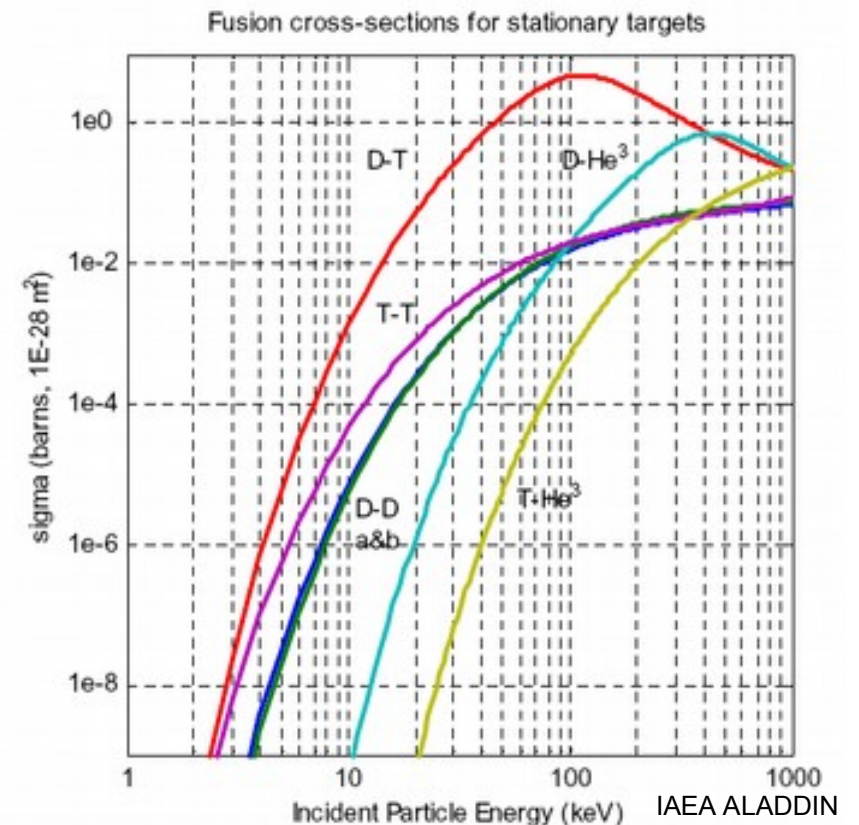
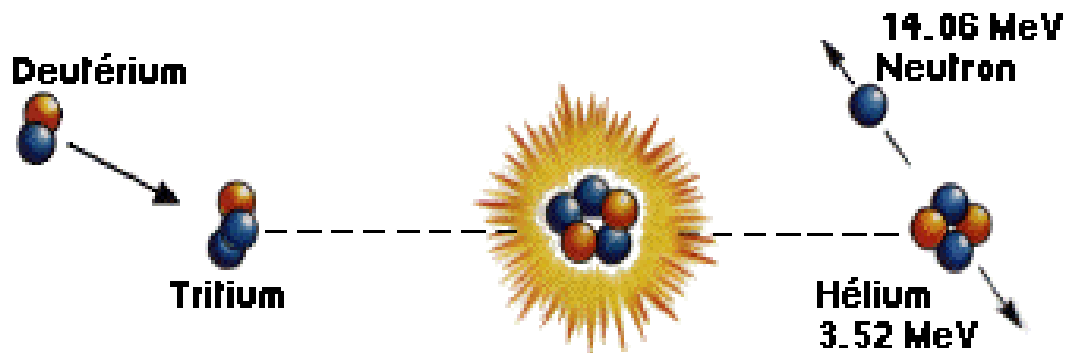
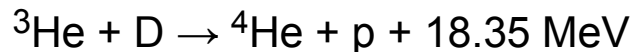
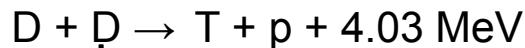
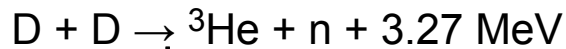
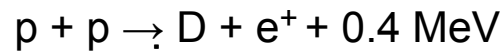


Peeters (Warwick)

# Section efficace des fusions de noyaux légers



La réaction de fusion n'est possible que si l'énergie des noyaux incidents est suffisants pour **s'opposer à la répulsion électrique**. La réaction avec la section efficace la plus favorable est la réaction D-T.



# Quantité de ressources nécessaires

La limite des ressources en matière première pour l'énergie est une question cruciale. La densité d'énergie libérable par unité de masse de combustible est 1 000 000 de fois supérieure pour la fusion nucléaire, que pour les sources d'énergie par réaction chimique, comme le charbon, le pétrole et le gaz.

Le fonctionnement d'une centrale thermonucléaire de 1 GW pendant 1 an ne nécessiterait que 250 kg de deutérium et tritium.

Fuel	Energy density (MJkg <sup>-1</sup> )
Nuclear fusion of hydrogen	300,000,000
Nuclear fission of uranium 235	77,000,000
Liquid hydrogen	143
Natural gas (compressed to 200×10 <sup>6</sup> Pa)	54
Petrol	46

*L. Colangelo et al. Pitt.edu*

METHOD	ANNUAL FUEL CONSUMPTION FOR 1000MW,el. (typical size of a single large electric power plant)
Coal	2 700 000 tonnes
Oil	1 900 000 tonnes
Fission	28 tonnes of U
Fusion	100 kg D and 150 kg T

*J. Ongena et al. CMSS2015*

# Ressources de la fusion

La réaction envisagée nécessite du deutérium et du tritium.

**Le deutérium est stable** et abondant dans l'eau de mer.

**Le tritium est instable** : sa durée de vie est de 12,3 ans.

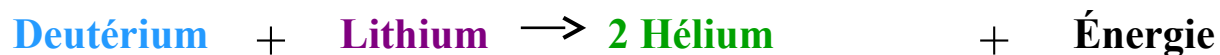
Les stocks existants, produits par les réacteurs à fission actuels, ne suffiront que pour les réacteurs expérimentaux (comme ITER).

Le tritium devra être produit dans le réacteur : les neutrons produits par la fusion serviront à sa production, par réaction sur du lithium. **Une couverture de lithium** entourera le plasma de fusion pour produire le tritium. La couverture comportera aussi un composant multiplicateur de neutrons, pour compenser les neutrons perdus.

La part des neutrons produits par la fusion qui n'interagira pas avec la couverture de lithium sera principalement arrêtée par l'enceinte à vide entourant le plasma.

**Le lithium est stable** et abondant sur terre.

La cendre : l'hélium est stable et inerte.



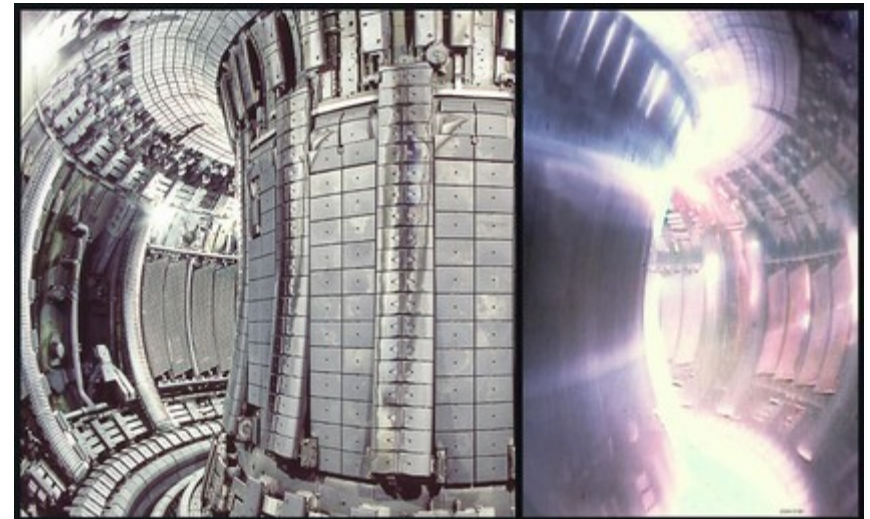
FUSION FUEL	ENERGY CONTENT (TWyr)	YEARS OF USE TO SUPPLY WORLD ELECTRICITY NEEDS (AT 2006 LEVELS)
D	$5 \times 10^{11}$	100 billion yr
Li (known reserves)	$2.4 \times 10^4$	5000 year
Li (in sea water)	$1.7 \times 10^8$	35 million yr

# Sûreté de la fusion

Un réacteur de fusion ne présente pas les mêmes risques qu'un réacteur de fission.

- **La réaction de fusion n'est pas une réaction en chaîne** : il n'y a pas de risque d'emballement.
- Le réacteur à l'arrêt ne continue pas de produire de la chaleur.
- **La quantité de combustible dans l'enceinte correspond à quelques secondes seulement de fonctionnement** : la quantité d'énergie présente dans l'enceinte ne risque de produire des endommagements considérables.
- **Le risque de prolifération nucléaire n'est pas présent** : le réacteur ne produit pas d'éléments intéressants pour les militaires.

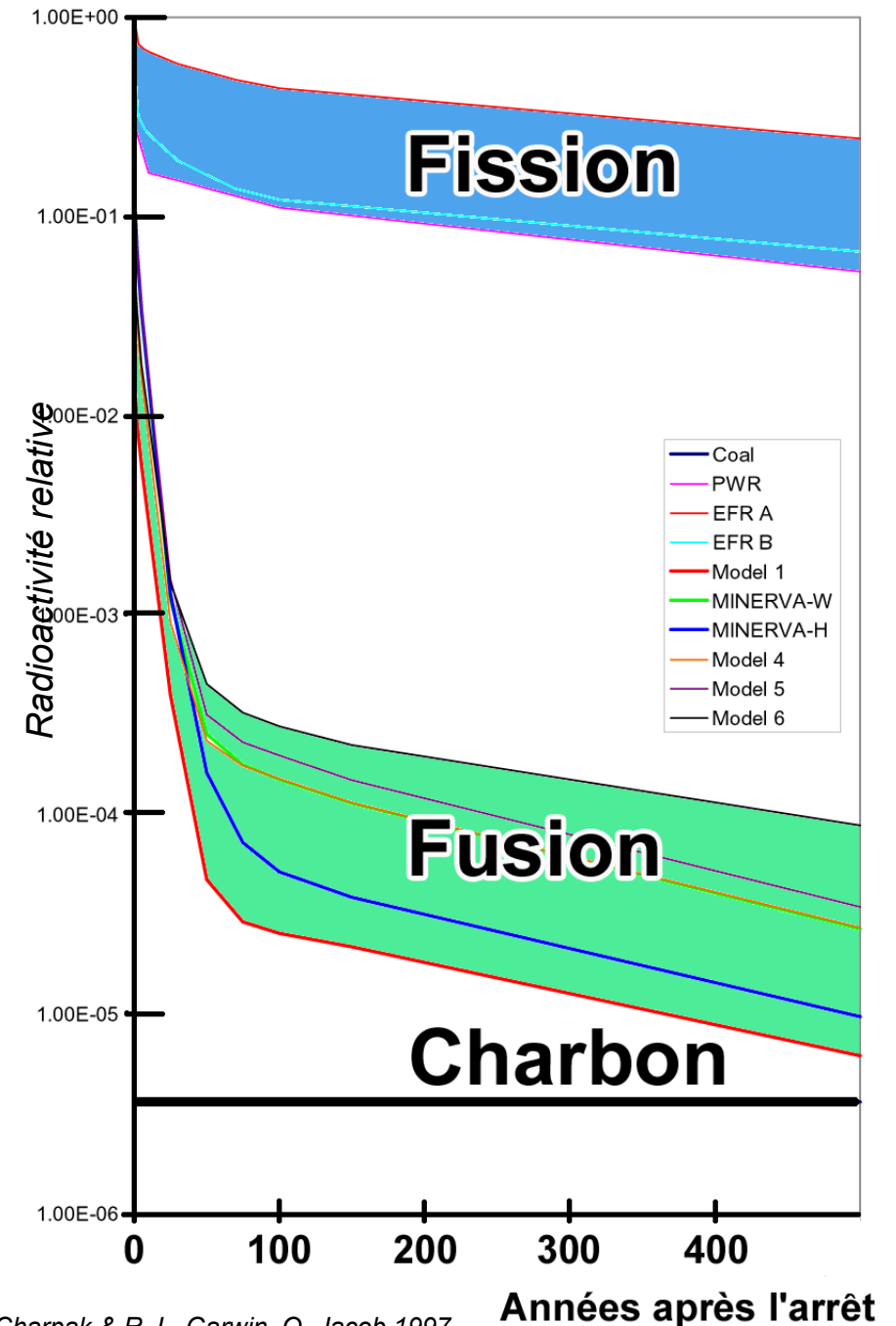
Le principal enjeu de sûreté nucléaire pour la fusion est **le confinement du tritium** dans l'enceinte et son traitement en dehors de l'enceinte.



# Déchets radioactifs

Après la période opérationnelle du réacteur, **l'enceinte sera activée** : les neutrons non convertis en lithium feront muter certains éléments de l'enceinte.

L'enceinte est composée d'un acier spécial pour limiter son activation par les neutrons. L'enceinte restera radioactive sur une durée de l'ordre de 400 ans.



G. Charpak & R. L. Garwin, O. Jacob 1997

# Critère de Lawson : efficacité énergétique

Plasma D -T : densités égales :  $n_D = n_T$   $n_e = n_D + n_T$

plasma quasi neutre :  $n_D = n_T = \frac{1}{2} n_e$

on suppose que les ions et électrons sont thermalisés :  $T_D = T_T = T_i = T_e$

Puissance produite par les réactions de fusion :

Section efficace de collision D<sup>+</sup>-T<sup>+</sup> :  $\sigma_{DT}$

Vitesse relative d'un ion D<sup>+</sup> par rapport à un ion T<sup>+</sup> :  $u_{D/T}$

Volume balayé par un ion D<sup>+</sup> par seconde :  $\langle \sigma_{DT} u_{D/T} \rangle$

Nombre de collisions d'un ion D<sup>+</sup> sur T<sup>+</sup> par seconde :  $n_D \langle \sigma_{DT} u_{D/T} \rangle$

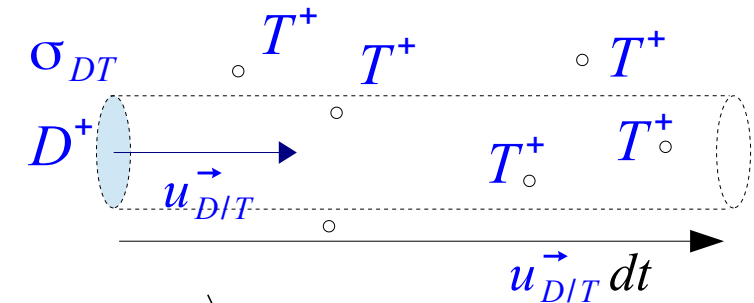
Nombre de réactions D-T par unité de volume et par seconde :  $n_T n_D \langle \sigma_{DT} u_{D/T} \rangle$

Énergie produite par réaction de fusion :  $E_{fus} = 3.52 \text{ MeV}$

Énergie produite par unité de volume :  $P_{fus} = \frac{1}{4} n_e^2 \langle \sigma_{DT} u_{D/T} \rangle E_{fus}$

Énergie thermique du plasma D-T :  $W_{th} = \frac{3}{2} (n_e k_B T_e + n_D k_B T_D + n_T k_B T_T)$

Énergie thermique par unité de volume :  $W_{th} = 3 n_e k_B T_i$



# Critère de Lawson : auto-entretien de la réaction

$$P_{fus} = \frac{1}{4} n_e^2 \langle \sigma_{DT} u_{D/T} \rangle E_{fus}$$

$$W_{th} = 3 n_e k_B T_i$$

On caractérise les pertes par le temps de confinement de l'énergie :  $\tau_e$

Il est défini par le rapport entre l'énergie du plasma et la puissance de perte  $\tau_e = \frac{W_{th}}{P_p}$

Pour un plasma stationnaire, les puissances s'équilibrent :  $P_{add} + P_{fus} = P_p$

Puissance additionnelle pour maintenir l'énergie du plasma :  $P_{add}$

L'ignition (auto-entretien) est atteinte quand la puissance additionnelle est inutile :  $P_{add} = 0$

La puissance de fusion suffit à équilibrer les pertes :  $P_{fus} \geq \frac{W_{th}}{\tau_e}$

$$n_e \langle \sigma_{DT} u_{D/T} \rangle E_{fus} \tau_e \geq 12 k_B T_i$$

Dans le domaine  $k_B T_i \sim 10 \text{ à } 20 \text{ keV}$ :

$$\langle \sigma_{DT} u_{D/T} \rangle \propto T_i^2$$

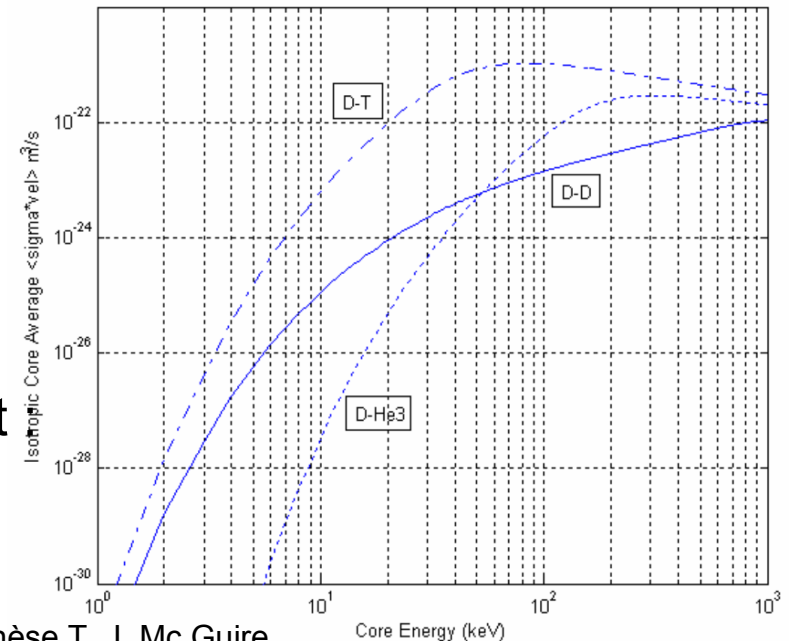
Le critère de Lawson se déduit de cette approximation :

$$n_e T_i \tau_e \geq 3 \cdot 10^{21} \text{ keV m}^{-3} \text{ s}$$

La performance du plasma est caractérisée par le rapport

$$Q = \frac{P_{fus}}{P_{add}}$$

Auto-entretien (ignition) :  $P_{add} = 0$       $Q = +\infty$



# Filières par confinements inertiel et magnétique

Le critère de Lawson peut être atteint de 2 manières différentes :

## Fusion inertielle



Plus de 200 impulsions laser d'1 MJ sur 1 ns concentré une cible solide d'1 g de DT :

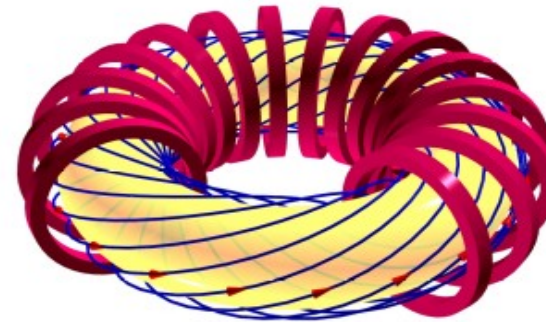
$$n_e \sim 10^{29} m^{-3}$$

$$T_i \sim 10 keV$$

$$\tau_e \sim 10^{-9} s$$

Pas réellement de confinement : la difficulté réside dans la capacité à concentrer efficacement l'énergie sur un temps court.

## Fusion par confinement magnétique



Un plasma DT est confiné par un champ magnétique dans une enceinte torique :

$$n_e \sim 10^{20} m^{-3}$$

$$T_i \sim 10 keV \quad 1 eV \sim 11\,600 K$$

$$\tau_e \sim 1 s$$

La densité est 100 000 fois plus faible que celle de l'air.

Le confinement magnétique doit être suffisant pour atteindre un temps de confinement aussi long.

# Bilan d'une centrale à fusion

Une partie de l'électricité produite servira à fournir la puissance additionnelle

$P_{fus}$  : puissance produite par la fusion

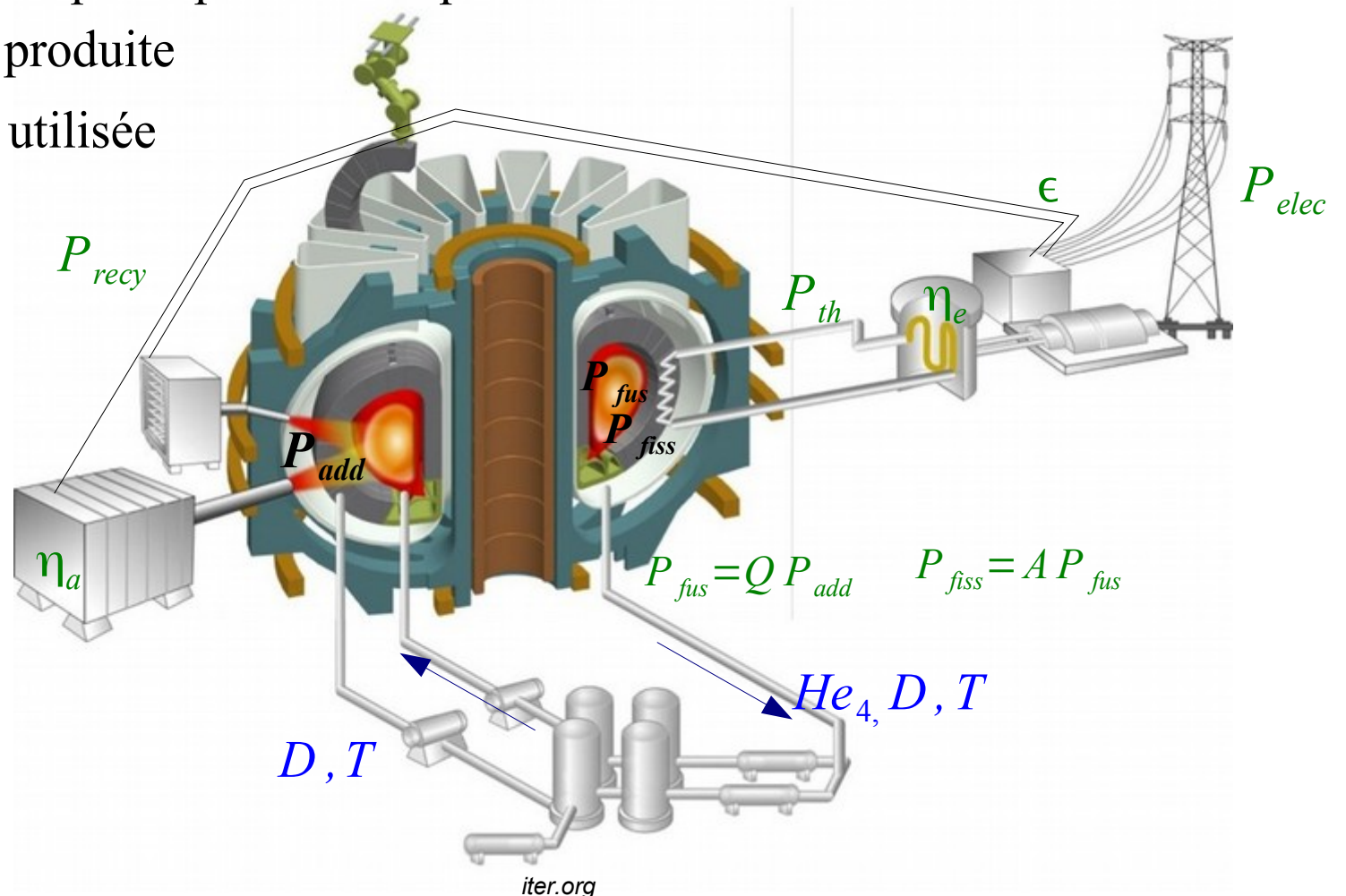
$P_{fiss}$  : puissance produite par fission dans la couverture par les neutrons produits par la fusion

$P_{th}$  : puissance thermique récupérée par le caloporteur

$P_{elec}$  : puissance électrique produite

$P_{recy}$  : puissance électrique utilisée pour maintenir le plasma

$P_{add}$  : puissance injectée dans le plasma



# Efficacité énergétique de la centrale

La puissance électrique est proportionnelle à la puissance thermique du réacteur

$$P_{elec} = \eta_e P_{th} = \eta_e (P_{fus} + P_{fiss} + P_{add})$$

La couverture peut servir d'amplificateur de la réaction en utilisant l'énergie des neutrons produits par la réaction :

$$P_{fiss} = A P_{fus}$$

Une partie de l'électricité produite est recyclée pour produire la puissance additionnelle du plasma :

$$P_{recy} = \epsilon P_{elec}$$

La puissance additionnelle est une partie de cette puissance recyclée :  $P_{add} = \eta_a P_{recy}$

Le plasma est caractérisé par sa capacité à produire de la puissance de fusion :

$$P_{fus} = Q P_{add}$$

Ces paramètres sont reliés entre eux :  $P_{add} = \eta_a \epsilon P_{elec} = \eta_a \epsilon \eta_e (Q + QA + 1) P_{add}$

soit :

$$Q = \frac{1}{1+A} \left[ \frac{1}{\epsilon \eta_a \eta_e} - 1 \right]$$

Pour des valeurs réalistes,  $A = 0.16$   $\eta_a = 0.8$   $\eta_e = 0.4$

l'auto-entretien de la centrale est atteint quand  $\epsilon \leq 1$

le plasma doit avoir pour efficacité :  $Q \geq 2$

# Enjeux de la fusion par confinement magnétique

Confinement de l'énergie

Stabilité du plasma

Interaction plasma paroi (érosion, évacuation de la puissance)

Tenue des matériaux aux neutrons à 14 MeV (Seuil à 4 MeV) Knaster2016

# Plan

- **I Fusion et confinement magnétique**
  - **I.1 Introduction à la fusion par confinement magnétique**
  - **I.2 Configuration magnétique et confinement des particules**
    - **2.a Mouvement cyclotron et dérives**
    - **2.b Configuration magnétique hélicoïdale**
    - **2.c Trajectoires de particules chargées dans la configuration hélicoïdale**
  - **I.3 Progression des performances du confinement magnétique**
  
- **II Stabilité MHD et transport**
  
- **III Chauffage et diagnostics de mesure**

# Confinement magnétique : mouvement cyclotron

Plasma à 2 espèces :  $D^+$  et  $e^-$

Charge élémentaire :  $q_e$

Champ magnétique uniforme :  $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$

Pour l'espèce  $\alpha$  :

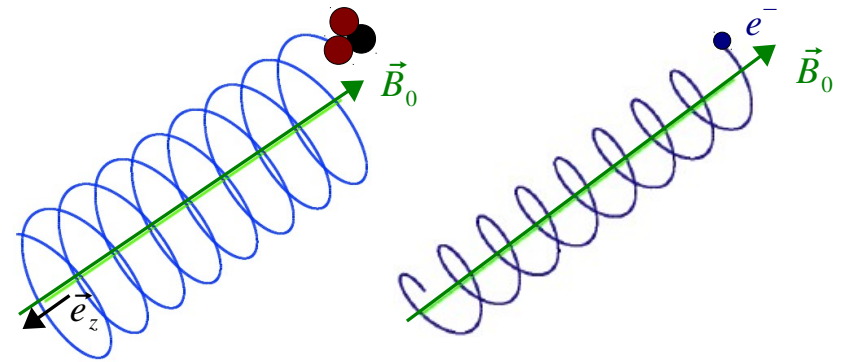
- pulsation cyclotron :  $\omega_{c\alpha} = \frac{q_\alpha B_0}{m_\alpha}$

la pulsation a le même signe que la charge.

- vitesse perpendiculaire  $u_{\perp\alpha} = \sqrt{u_{x\alpha}^2 + u_{y\alpha}^2}$

- vitesse parallèle :  $\vec{u}_{\parallel\alpha} = u_z \vec{e}_z$

- rayon de Larmor :  $\rho_{c\alpha} = \frac{u_{\perp\alpha}}{\omega_{c\alpha}}$



Équation du mouvement :  $m_\alpha \vec{a}_\alpha = q_\alpha \vec{u}_\alpha \wedge \vec{B}_0$

En système cartésien :

$$a_{\alpha x} = \omega_{c\alpha} u_{\alpha y}$$

$$a_{\alpha y} = -\omega_{c\alpha} u_{\alpha x}$$

$$a_{\alpha z} = 0$$

Les solutions s'écrivent :

$$x_\alpha(t) = x_{g\alpha} + \frac{u_{\perp\alpha}}{\omega_{c\alpha}} \sin[\omega_{c\alpha} t + \psi]$$

$$y_\alpha(t) = y_{g\alpha} + \frac{u_{\perp\alpha}}{\omega_{c\alpha}} \cos[\omega_{c\alpha} t + \psi]$$

$$z_\alpha(t) = z_{g\alpha}(t) = z_{g\alpha 0} + u_{\parallel\alpha} t$$

$$u_{\alpha x}(t) = u_{\perp\alpha} \cos[\omega_{c\alpha} t + \psi]$$

$$u_{\alpha y}(t) = -u_{\perp\alpha} \sin[\omega_{c\alpha} t + \psi]$$

Le centre guide suit les lignes de champ magnétique :  $(x_{g\alpha}, y_{g\alpha}, z_{g\alpha 0} + u_{\parallel\alpha} t)$

# Dérive de champs croisés « E x B »

Champ électrique uniforme perpendiculaire au champ magnétique :

$$\vec{E} = E \vec{e}_x$$

Équation du mouvement :  $m_\alpha \vec{a}_\alpha = q_\alpha (\vec{E} + \vec{u}_\alpha \wedge \vec{B}_0)$

soit :  $a_{\alpha x} = \omega_{c\alpha} \left( u_{\alpha y} + \frac{E}{B_0} \right)$

$$a_{\alpha y} = -\omega_{c\alpha} u_{\alpha x} \quad a_{\alpha z} = 0$$

On effectue un changement de référentiel :  $u_{\alpha y}' = u_{\alpha y} + \frac{E}{B_0}$

Dans le nouveau référentiel  $(u_{\alpha x}, u_{\alpha y}', u_{\alpha z})$ , l'accélération est inchangée  $a_{\alpha y}' = a_{\alpha y}$

$$a_{\alpha x} = \omega_{c\alpha} u_{\alpha y}'$$

$$a_{\alpha y}' = -\omega_{c\alpha} u_{\alpha x} \quad a_{\alpha z} = 0$$

Dans ce référentiel, le mouvement est le mouvement cyclotron.

Ramené au référentiel initial :

$$x_\alpha(t) = x_{g\alpha} + \frac{u_{\perp\alpha}}{\omega_{c\alpha}} \sin[\omega_{c\alpha} t + \psi]$$

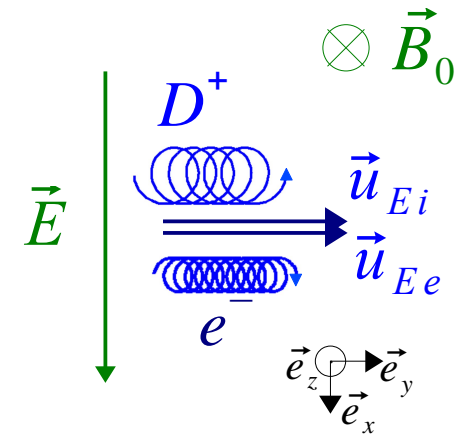
$$y_\alpha(t) = y_{g\alpha}' - \frac{E}{B_0} t + \frac{u_{\perp\alpha}}{\omega_{c\alpha}} \cos[\omega_{c\alpha} t + \psi]$$

$$z_\alpha(t) = u_{z\alpha} t + z_0$$

Le centre guide dérive perpendiculairement aux lignes de champ magnétique.

La dérive est donnée par :  $\vec{u}_{g\perp\alpha} = \vec{u}_{ExB} = -\frac{E}{B_0} \vec{e}_y = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}_0}{B_0^2}$

Cette dérive ne dépend pas de la charge de la particule : tout le plasma dérive dans la même direction.



$$u_{\alpha x}(t) = u_{\perp\alpha} \cos[\omega_{c\alpha} t + \psi]$$

$$u_{\alpha y}'(t) = -u_{\perp\alpha} \sin[\omega_{c\alpha} t + \psi]$$

# Dérive due à une force perpendiculaire (à B)

Pour une force de toute nature :

$$\vec{F} \perp \vec{B}_0$$

Équation du mouvement :  $m_\alpha \vec{a}_\alpha = \vec{F} + q_\alpha \vec{u}_\alpha \wedge \vec{B}_0$

Par analogie avec la dérive de champs croisés :  $\vec{F} \Leftrightarrow q_\alpha \vec{E}$

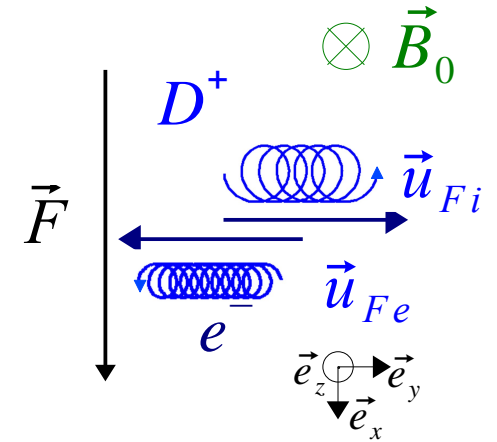
La dérive s'exprime par :

$$\vec{u}_{g \perp \alpha} = \vec{u}_{FxB} = \frac{1}{q_\alpha} \frac{\vec{F} \wedge \vec{B}_0}{B_0^2}$$

Pour la gravité, la dérive est :

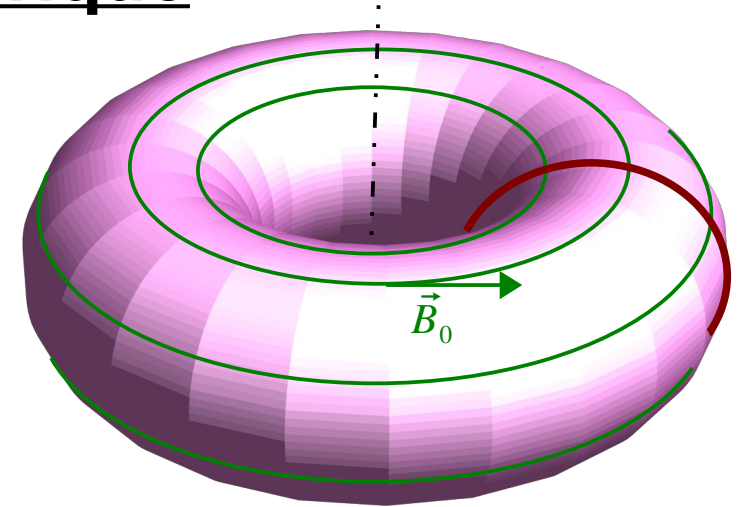
$$\vec{u}_{g \perp \alpha} = \vec{u}_{gxB} = \frac{m_\alpha}{q_\alpha} \frac{\vec{g} \wedge \vec{B}_0}{B_0^2}$$

À la différence de la dérive de champs croisés, cette dérive change de sens avec la charge la particule.

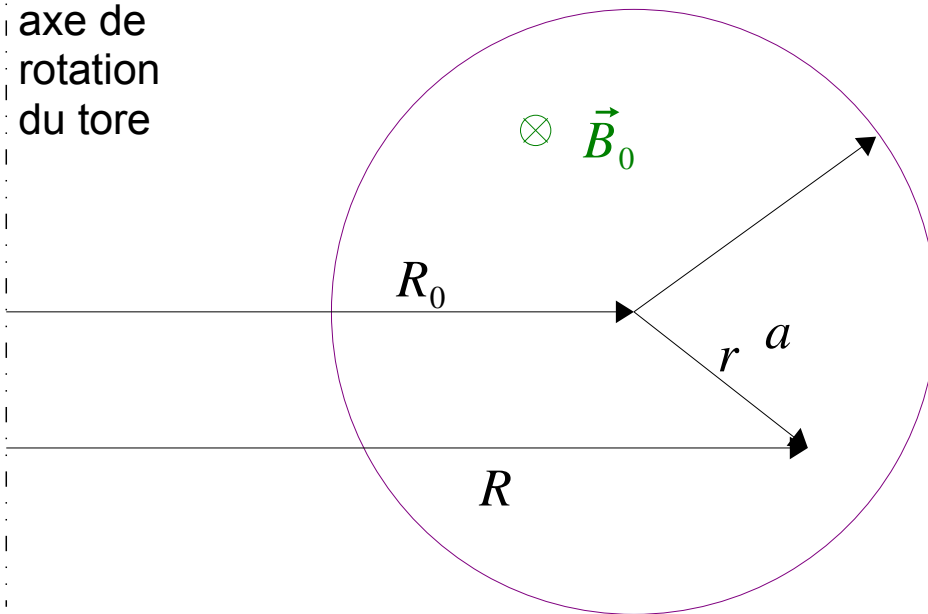


# Géométrie d'un plasma magnétisé torique

Le champ magnétique permet le confinement dans 2 directions. Pour confiner suivant la troisième direction, il faut donner une forme circulaire au champ magnétique. La géométrie la plus naturelle est celle d'un **tore**. Le champ magnétique suit la direction **toroïdale**, la direction principale du tore. Tous les mouvements perpendiculaires ont lieu dans une section transverse, la **section poloïdale**.



axe de rotation du tore



section poloïdale

Sur la section poloïdale :

$R$  : grand rayon, distance à l'axe du tore.

$r$  : petit rayon, distance au centre de la section poloïdale.

$a$  : petit rayon du plasma complet

$\epsilon = \frac{a}{R_0}$  : rapport d'aspect du plasma

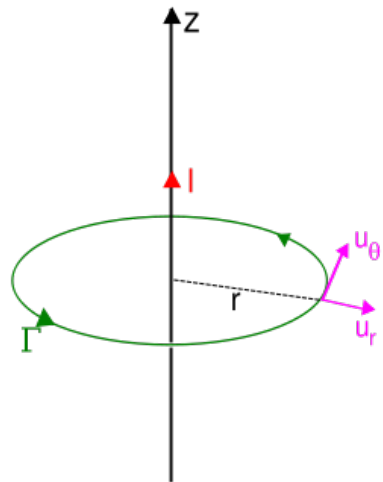
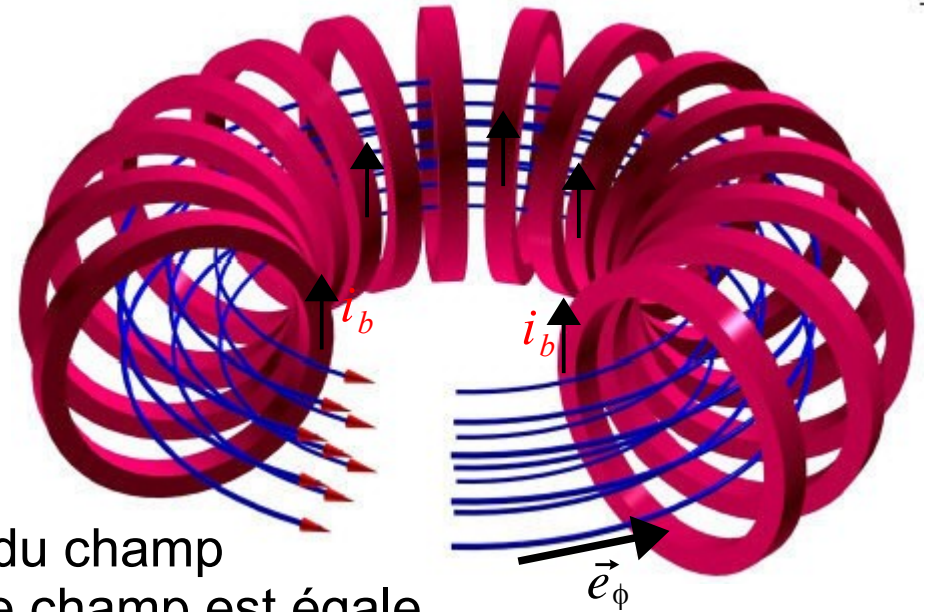
# Champ magnétique toroïdal

Le champ magnétique est créé par des bobines formant un tore.

$\phi$  : angle toroïdal

La forme torique impose une courbure aux lignes de champ magnétique.

Rayon de courbure :  $R$



wikiversity.org

Théorème d'Ampère : l'intégrale du champ magnétique le long d'une ligne de champ est égale au courant traversant cette ligne :

$$\oint \vec{B}_\phi \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_b$$

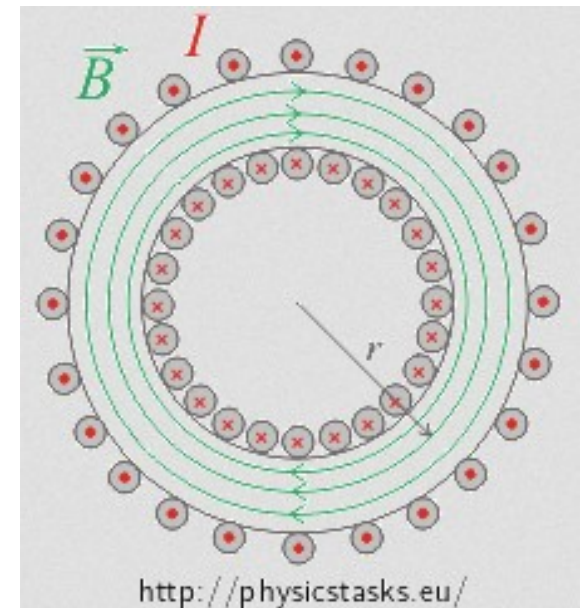
soit ici :

$$B_\phi = \frac{\mu_0}{2\pi R} I_b$$

L'intensité du champ magnétique décroît avec  $R$

$$\vec{B}_\phi(R) = B_\phi(R_0) \frac{R_0}{R} \vec{e}_\theta$$

La forme torique impose aussi un gradient du champ magnétique.



<http://physicstasks.eu/>

# Dérive de gradient de champ magnétique

Gradient suivant  $\vec{e}_x$  faible à l'échelle du rayon de Larmor :

$$\frac{\nabla B_\phi}{B_\phi} \rho_{c\alpha} \ll 1$$

Traitement par développement limité :

$$B(x) = B(x_{g\alpha}) \left[ 1 + \frac{\partial_x B(x_{g\alpha})}{B(x_{g\alpha})} (x - x_{g\alpha}) \right]$$

On introduit  $\beta_{Bx}$  l'inverse de la longueur de gradient  $L_{Bx}$  :

$$\beta_{Bx} = \frac{\partial_x B(x_{g\alpha})}{B(x_{g\alpha})} = \frac{1}{L_{Bx}} \quad \partial_x = \frac{\partial}{\partial x}$$

La pulsation cyclotron varie dans la direction du gradient :

$$\omega_{c\alpha}(x) = \omega_{c\alpha}(x_{g\alpha}) \left[ 1 + \beta_{Bx} (x - x_{g\alpha}) \right]$$

Les équations du mouvement cyclotron sont modifiées :

$$\begin{aligned} a_{\alpha x} &= \omega_{c\alpha}(x_{g\alpha}) \left[ 1 + \beta_{Bx} (x - x_{g\alpha}) \right] u_{\alpha y} \\ a_{\alpha y} &= -\omega_{c\alpha}(x_{g\alpha}) \left[ 1 + \beta_{Bx} (x - x_{g\alpha}) \right] u_{\alpha x} \end{aligned}$$

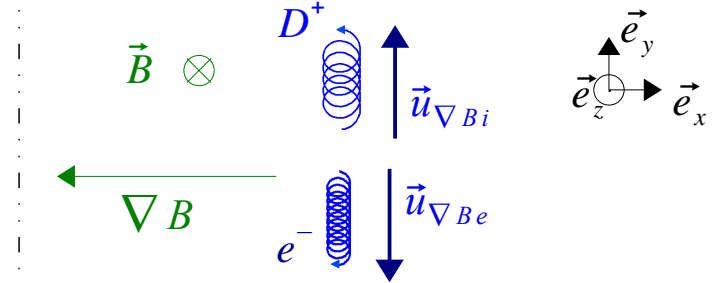
Calcul par perturbations sur  $\beta_{Bx}$  ;

- les termes de l'ordre 0 correspondent au mouvement cyclotron ;

$$\begin{aligned} a_{\alpha x0} &= \omega_{c\alpha} u_{\alpha y0} & u_{\alpha x0}(t) &= u_{\perp\alpha} \cos[\omega_{c\alpha} t + \psi] & x_{\alpha0}(t) - x_{g\alpha} &= \frac{u_{\perp\alpha}}{\omega_{c\alpha}} \sin[\omega_{c\alpha} t + \psi] \\ a_{\alpha y0} &= -\omega_{c\alpha} u_{\alpha x0} & u_{\alpha y0}(t) &= -u_{\perp\alpha} \sin[\omega_{c\alpha} t + \psi] & y_{\alpha}(t) - y_{g\alpha} &= \frac{u_{\perp\alpha}}{\omega_{c\alpha}} \cos[\omega_{c\alpha} t + \psi] \end{aligned}$$

- les termes de l'ordre 1 des équations du mouvement :

$$\begin{aligned} a_{\alpha x1} &= \omega_{c\alpha}(x_{g\alpha}) u_{\alpha y1} + \omega_{c\alpha}(x_{g\alpha}) \left[ 1 + \beta_{Bx} (x - x_{g\alpha}) \right] u_{\alpha y0} \\ a_{\alpha y1} &= -\omega_{c\alpha}(x_{g\alpha}) u_{\alpha x1} - \omega_{c\alpha}(x_{g\alpha}) \left[ 1 + \beta_{Bx} (x - x_{g\alpha}) \right] u_{\alpha x0} \end{aligned}$$



# Dérive de gradient de champ magnétique

Les termes à l'ordre 1 des équations du mouvement :

$$a_{\alpha x1} = \omega_{c\alpha}(x_{g\alpha}) u_{\alpha y1} + \omega_{c\alpha}(x_{g\alpha}) [1 + \beta_{Bx}(x - x_{g\alpha})] u_{\alpha y0}$$

$$a_{\alpha y1} = -\omega_{c\alpha}(x_{g\alpha}) u_{\alpha x1} - \omega_{c\alpha}(x_{g\alpha}) [1 + \beta_{Bx}(x - x_{g\alpha})] u_{\alpha x0}$$

Solution à l'ordre 1 :

$$a_{\alpha 1x} = \omega_{c\alpha} u_{\alpha 1y} + \frac{1}{2} u_{\perp\alpha}^2 \beta_{Bx} [1 - \cos 2(\omega_{c\alpha} t - \varphi)]$$

$$a_{\alpha 1y} = -\omega_{c\alpha} u_{\alpha 1x} + \frac{1}{2} u_{\perp\alpha}^2 \beta_{Bx} \sin 2(\omega_{c\alpha} t - \varphi)$$

Les termes sinusoïdaux sont de nuls sur une période (on les néglige) :  $\langle \sin 2(\omega_{c\alpha} t - \varphi) \rangle_T = 0$

$$a_{\alpha 1x} = \omega_{c\alpha} u_{\alpha 1y} + \frac{1}{2} u_{\perp\alpha}^2 \beta_{Bx}$$

$$a_{\alpha 1y} = -\omega_{c\alpha} u_{\alpha 1x}$$

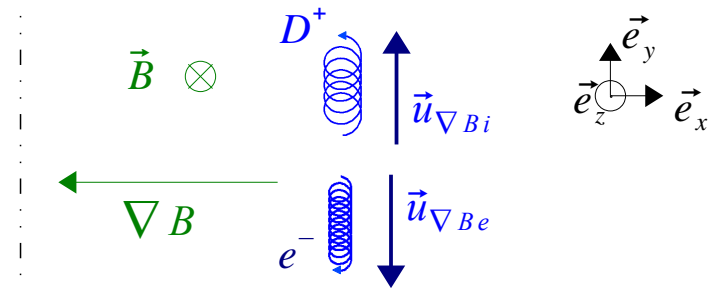
$$\beta_{Bx} = \frac{\partial_x B(x_{g\alpha})}{B(x_{g\alpha})}$$

Par analogie avec la dérive de champs croisés  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ , le mouvement cyclotron est modifié par une dérive du centre guide donnée par :

$$\vec{u}_{g\perp\alpha} = \frac{u_{\perp\alpha}^2}{2\omega_{c\alpha}} \frac{\partial_x B(x_{g\alpha})}{B(x_{g\alpha})} \vec{e}_y$$

La dérive est perpendiculaire à  $\vec{B}$  et  $\nabla B$  :

$$\vec{u}_{g\perp\alpha} = \frac{u_{\perp\alpha}^2}{2\omega_{c\alpha}} \frac{\vec{B} \wedge \nabla B}{B^2}$$



Cette dérive dépend du signe de la charge de la particule (à travers la pulsation).

Dans la géométrie du tore magnétique :

$$\vec{B}(R) = B_0 \frac{R_0}{R} \vec{e}_\theta$$

$$u_{g\perp\alpha} \sim \frac{1}{2} \frac{\rho_{c\alpha}}{R} u_{th\alpha}$$

# Dérive de courbure de champ magnétique

Géométrie cylindrique  $(\vec{e}_R, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$  rattachée à la particule

$\vec{e}_\theta$  : direction parallèle au champ magnétique

$R$  : rayon de courbure de la ligne de champ

Dérivées :  $u_\theta = R d_t \theta$      $u_R = d_t R$

$$\partial_\theta \vec{e}_R = \vec{e}_\theta \quad \partial_\theta \vec{e}_\theta = -\vec{e}_R$$

$$d_t \vec{e}_R = d_t \theta \partial_\theta \vec{e}_R = \frac{u_\theta}{R} \vec{e}_\theta \quad d_t \vec{e}_\theta = -\frac{u_\theta}{R} \vec{e}_R$$

Vitesse et accélération en coordonnées cylindriques :

$$\vec{R}_\alpha(t) = R_\alpha \vec{e}_R + z_\alpha \vec{e}_z$$

$$\vec{u}_\alpha(t) = u_{R\alpha} \vec{e}_R + u_{\theta\alpha} \vec{e}_\theta + u_{z\alpha} \vec{e}_z$$

$$\vec{a}_\alpha(t) = d_t u_{R\alpha} \vec{e}_R + u_{R\alpha} d_t \vec{e}_R + d_t u_{\theta\alpha} \vec{e}_\theta + u_{\theta\alpha} d_t \vec{e}_\theta + d_t u_{z\alpha} \vec{e}_z$$

$$\vec{a}_\alpha(t) = \left( d_t u_{R\alpha} - \frac{u_{\theta\alpha}^2}{R} \right) \vec{e}_R + \left( d_t u_{\theta\alpha} + \frac{u_{R\alpha} u_{\theta\alpha}}{R} \right) \vec{e}_\theta + d_t u_{z\alpha} \vec{e}_z$$

Le champ magnétique est orienté suivant la direction azimutale :

$$\vec{B} = B \vec{e}_\theta \quad \vec{e}_{\parallel} = \vec{e}_\theta \quad \vec{u}_{\alpha\parallel} = \vec{u}_{\alpha\theta}$$

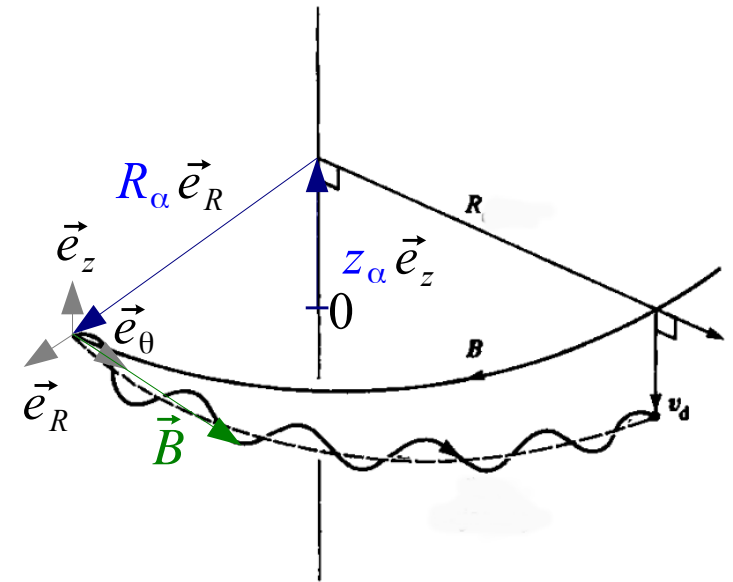
Équations du mouvement :  $m_\alpha \vec{a}_\alpha = q_\alpha \vec{u}_\alpha \wedge \vec{B}$

$$d_t u_{R\alpha} - \frac{u_{\theta\alpha}^2}{R} = -\omega_{c\alpha} u_z$$

$$d_t u_{\theta\alpha} + \frac{u_{R\alpha} u_{\theta\alpha}}{R} = 0$$

$$d_t u_{z\alpha} = \omega_{c\alpha} u_R$$

$$d_t = \frac{d}{dt} \quad \partial_x = \frac{\partial}{\partial x}$$



# Dérive de courbure de champ magnétique

$$d_t = \frac{d}{dt} \quad \partial_x = \frac{\partial}{\partial x}$$

$$d_t u_{r\alpha} - \frac{u_{\theta\alpha}^2}{R} = -\omega_{c\alpha} u_z \quad d_t u_{\theta\alpha} + \frac{u_{R\alpha} u_{\theta\alpha}}{R} = 0 \quad d_t u_{z\alpha} = \omega_{c\alpha} u_r$$

On suppose  $\rho_{c\alpha} \ll R$

Calcul par perturbations sur le petit paramètre  $\frac{u_{\perp\alpha}}{\omega_{c\alpha}} \frac{1}{R}$

- l'ordre 0 correspond au mouvement cyclotron

$$d_t u_{r\alpha 0} = -\omega_{c\alpha} u_z \quad d_t u_{\theta\alpha 0} = 0 \quad d_t u_{z\alpha 0} = \omega_{c\alpha} u_r$$

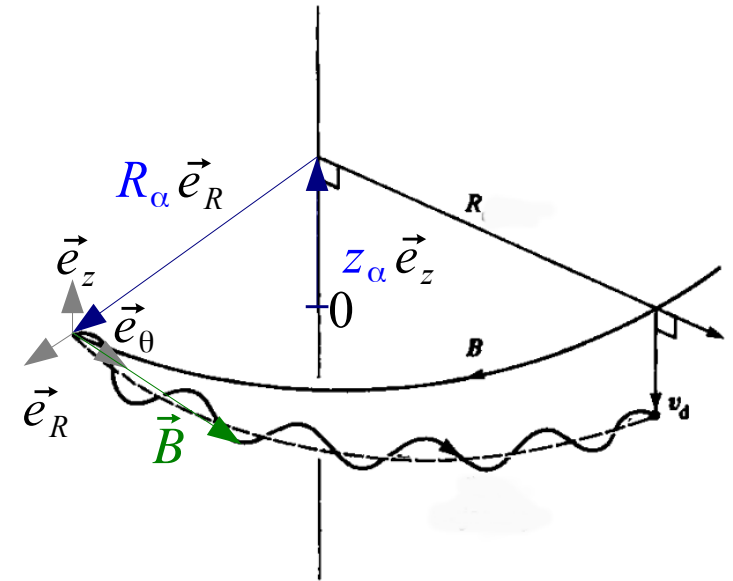
$$u_{\theta\alpha 0} = u_{\parallel\alpha 0} = cste$$

- les termes à l'ordre 1

$$d_t u_{R\alpha 1} = \frac{u_{\theta\alpha 0}^2}{R} - \omega_{c\alpha} u_{z1}$$

$$d_t u_{\theta\alpha 1} = -\frac{u_{R\alpha 0} u_{\theta\alpha 0}}{R}$$

$$d_t u_{z\alpha 1} = \omega_{c\alpha} u_{r\alpha 1}$$



La vitesse parallèle est perturbée par une oscillation de moyenne nulle sur une période cyclotron :  $\langle d_t u_{\theta\alpha 1} \rangle_T = 0$

Par analogie avec la dérive ExB, le mouvement cyclotron dérive verticalement :

$$\vec{u}_{g\alpha} = \frac{1}{\omega_{c\alpha}} u_{\parallel\alpha}^2 \frac{1}{R} \vec{e}_z \quad u_{g\perp\alpha} \sim \frac{\rho_{c\alpha}}{R} u_{th\alpha} \ll u_{th\alpha}$$

La dérive de courbure de champ magnétique a une expression proche de celle du gradient de champ magnétique :

$$\vec{u}_{g\perp\alpha} = \frac{u_{\parallel\alpha}^2}{\omega_{c\alpha}} \frac{\vec{e}_R \wedge \vec{B}}{R B}$$

# Dérives : résumé

Dérive de champs croisés ExB :

$$\vec{u}_{g\perp\alpha} = \vec{u}_{ExB} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{B^2}$$

Dérive due à la gravitation :

$$\vec{u}_{g\perp\alpha} = \vec{u}_{gxB} = \frac{m_\alpha}{q_\alpha} \frac{\vec{g} \wedge \vec{B}}{B^2}$$

Dérive due au gradient de champ magnétique :

$$\vec{u}_{g\perp\alpha} = \frac{u_{\perp\alpha}^2}{2\omega_{c\alpha}} \frac{\vec{B} \wedge \vec{\nabla} B}{B^2}$$

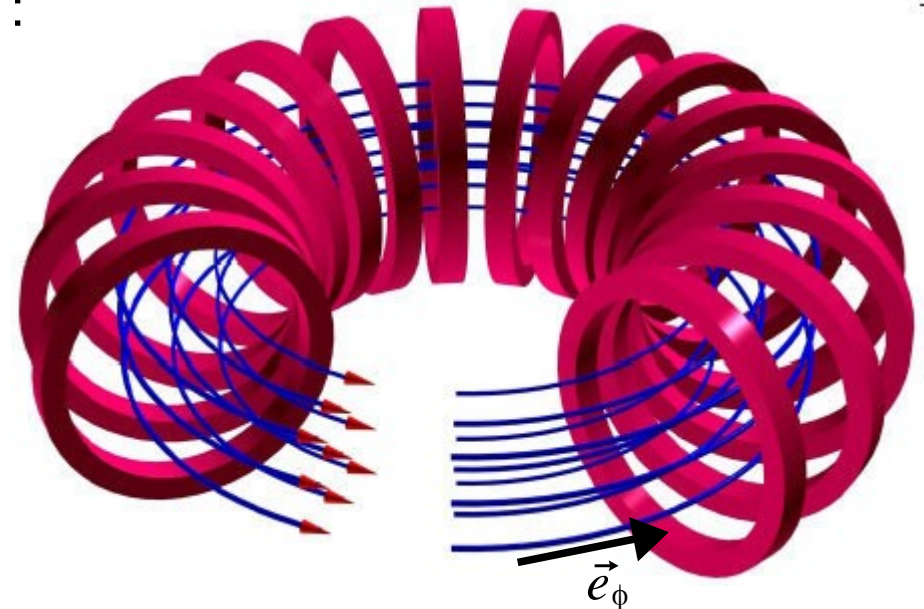
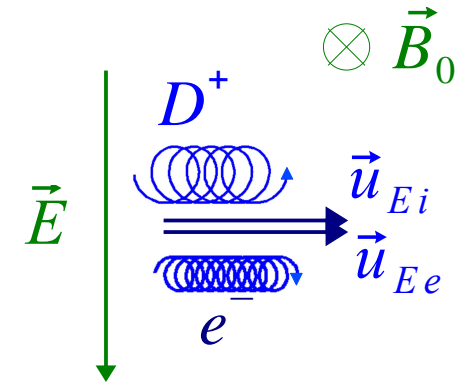
Dérive due à la courbure du champ magnétique :

$$\vec{u}_{g\perp\alpha} = \frac{u_{\parallel\alpha}^2}{\omega_{c\alpha}} \frac{\vec{e}_R \wedge \vec{B}}{RB}$$

Dérive pour un champ magnétique torique :

$$\vec{B}(R) = B_0 \frac{R_0}{R} \vec{e}_\phi \quad \vec{\nabla} B = -\frac{B}{R} \vec{e}_R$$

$$\vec{u}_{\nabla B\alpha} = \left( \frac{u_{\parallel\alpha}^2}{\omega_{c\alpha}} + \frac{u_{\perp\alpha}^2}{2\omega_{c\alpha}} \right) \frac{\vec{B} \wedge \vec{\nabla} B}{B^2}$$



# Plasma magnétisé torique

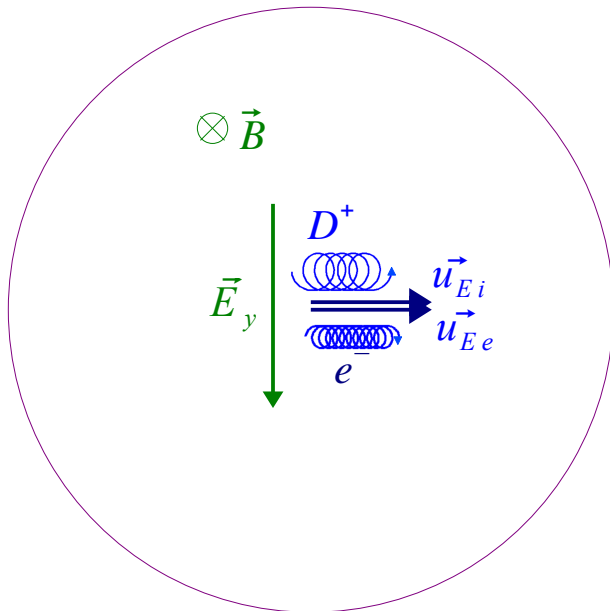
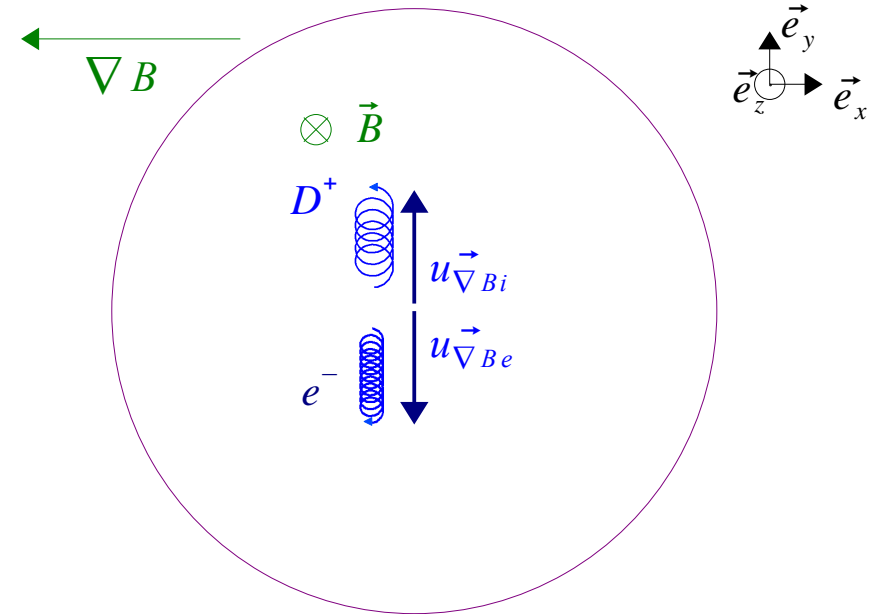
Dans un plasma magnétisé torique, le champ magnétique :

$$\vec{B}(R) = B(R_0) \frac{R_0}{R} \vec{e}_\theta$$

Les particules subissent une dérive verticale :

$$u_{\vec{\nabla} B \alpha} = \left( \frac{u_{\parallel \alpha}^2}{\omega_{c\alpha}} + \frac{u_{\perp \alpha}^2}{2\omega_{c\alpha}} \right) \frac{\vec{B} \wedge \vec{\nabla} B}{B^2}$$

**Cette dérive a pour effet de séparer verticalement les charges positives et négatives.**



Cette séparation de charge est à l'origine d'un champ électrique vertical.

Ce champ électrique vertical va entraîner une dérive de champs croisés  $E \times B$  :

$$\vec{u}_{E_y} = \frac{\vec{E}_y \wedge \vec{B}}{B^2}$$

**Cette dérive entraîne tout le plasma vers l'extérieur.**

Pour éviter cette instabilité du plasma, il faut une structure magnétique plus complexe.

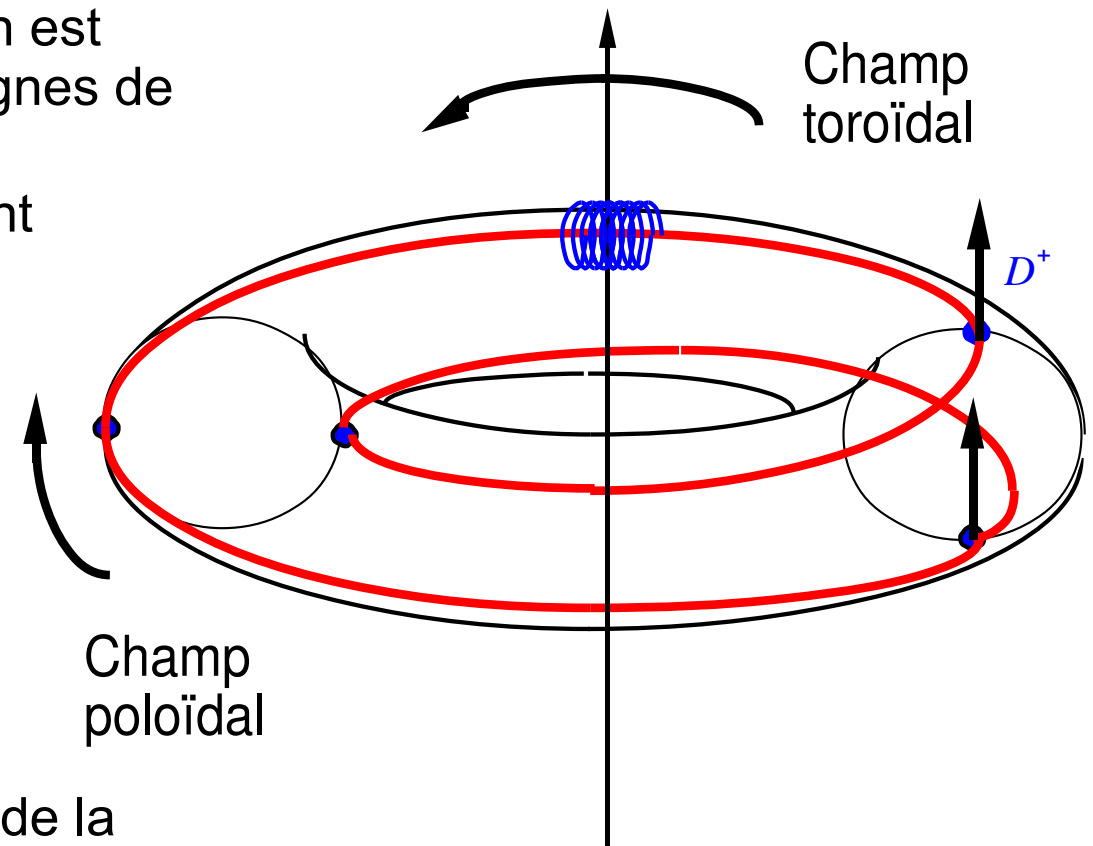
# Compensation des dérives en géométrie hélicoïdale

Pour éviter la dérive du plasma, une solution est d'adopter une **forme hélicoïdale** pour les lignes de champ magnétique.

Le mouvement du centre guide parallèlement à la ligne de champs induit que la particule tourne dans la direction toroïdale (grand rayon) et aussi dans la direction poloïdale (petit rayon).

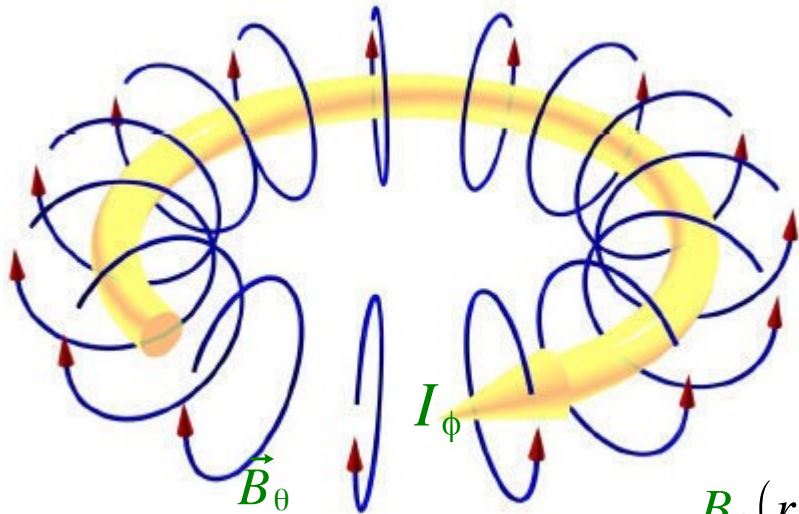
La dérive due au gradient et à la courbure de la ligne de champ existe toujours :  
La particule subit toujours une dérive verticale.

Cette dérive va faire osciller le centre guide de la particule autour de la ligne de champ magnétique :  
la dérive sera compenser après un tour poloïdal.  
Cette dérive n'induit plus de séparation de charges.



# Configuration magnétique du Tokamak

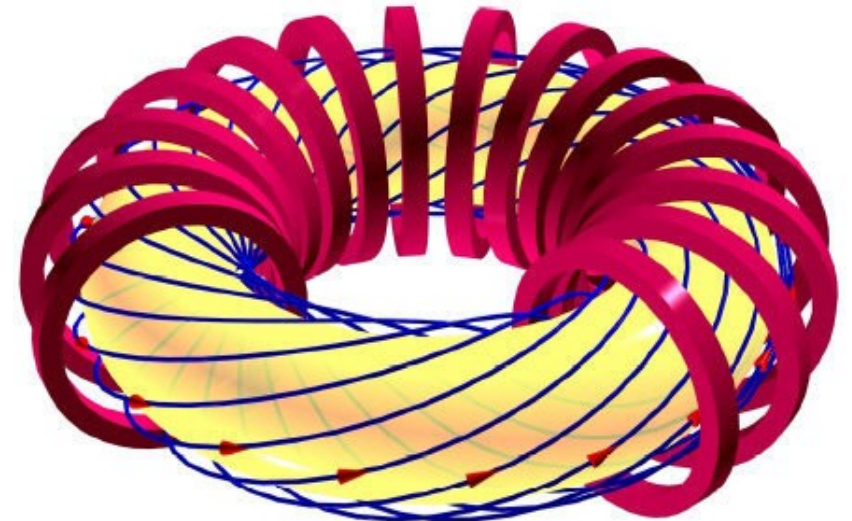
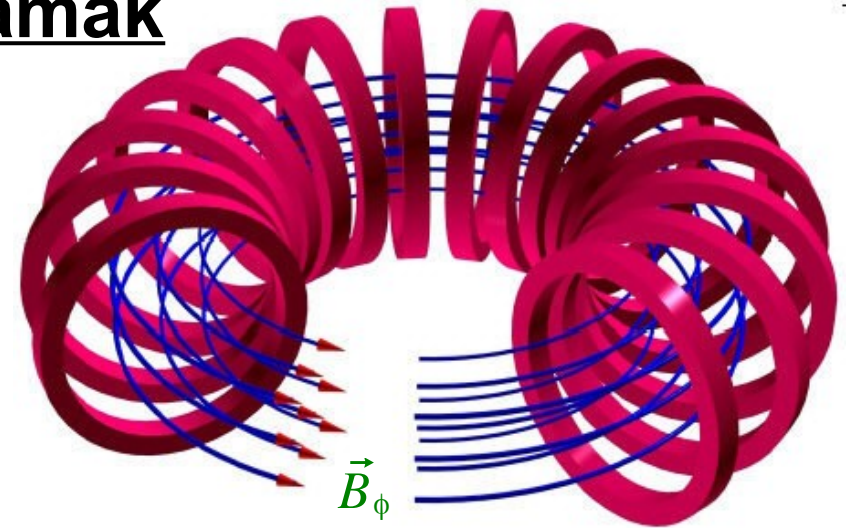
Pour obtenir cette forme hélicoïdale du champ magnétique, il faut ajouter une composante poloïdale  $\vec{B}_\theta$  à la composante toroïdale  $\vec{B}_\phi$ .



La composante poloïdale est obtenue en induisant un courant dans le plasma dans la direction toroïdale. Ce courant crée un champ magnétique dans la direction poloïdale.

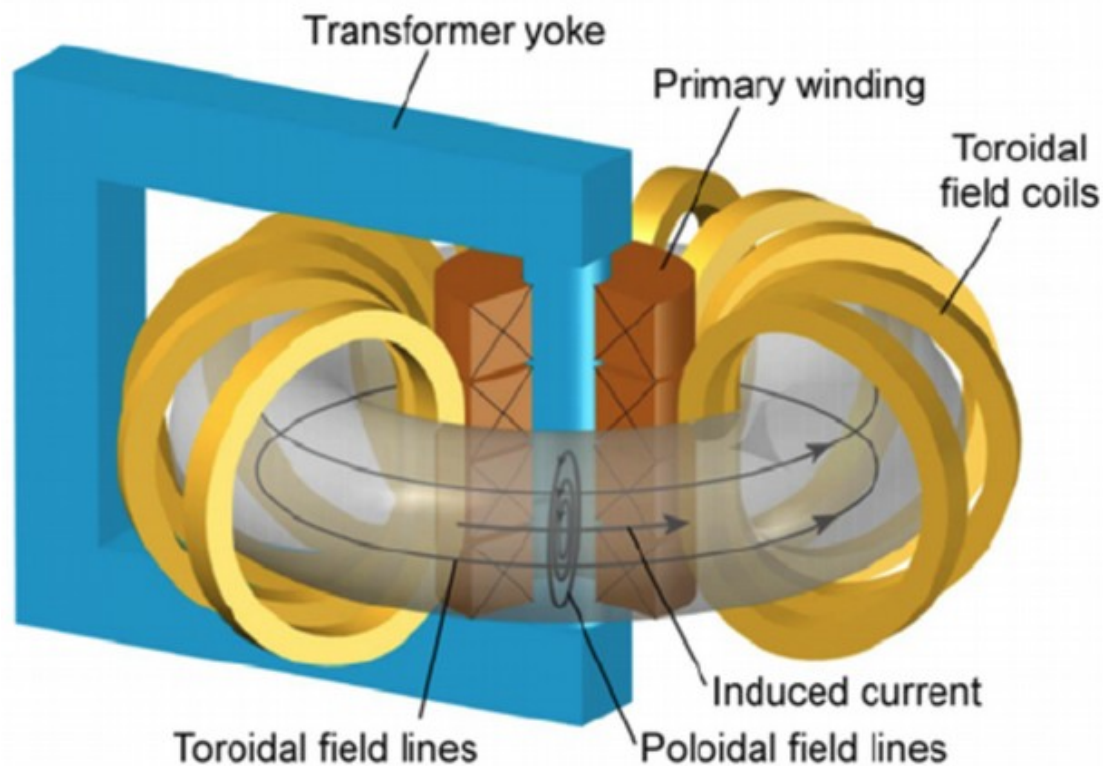
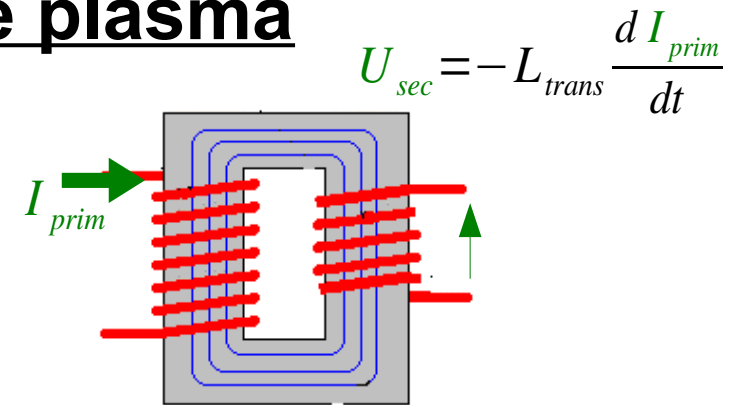
$$B_\theta(r) = \frac{\mu_0}{2\pi r} I_\phi(r)$$

La somme des 2 composantes donne une forme hélicoïdale aux lignes de champ magnétique. Les lignes de champ magnétique s'enroulent sur des surfaces qui sont des tores emboîtés les uns dans les autres.



# Génération de courant toroïdal dans le plasma

La génération de courant dans un plasma se fait initialement en utilisant le principe de l'induction utilisée dans un **transformateur** : la dérivée du courant dans un circuit primaire entraîne une variation de flux magnétique dans le circuit magnétique. Cette variation de flux induit une tension dans le circuit secondaire.



Dans un tokamak, le circuit primaire est un solénoïde enroulé autour de l'axe central du tore. Le courant y est croissant régulièrement :

$$I_{prim} = -I_{prim0} + I'_{prim} t$$

Le circuit magnétique passe par l'axe central et entoure le tore.

Le plasma joue le rôle de circuit secondaire. Aucun autre composant de la machine ne doit permettre le passage du courant dans la direction toroïdale.

$$I_{\phi} = \frac{1}{R_{\parallel}} U_{sec} = -\frac{1}{R_{\parallel}} L_{transf} I'_{prim}$$

$R_{\parallel}$  : résistance du plasma sur un tour toroïdal

# Configuration magnétique des stellarators

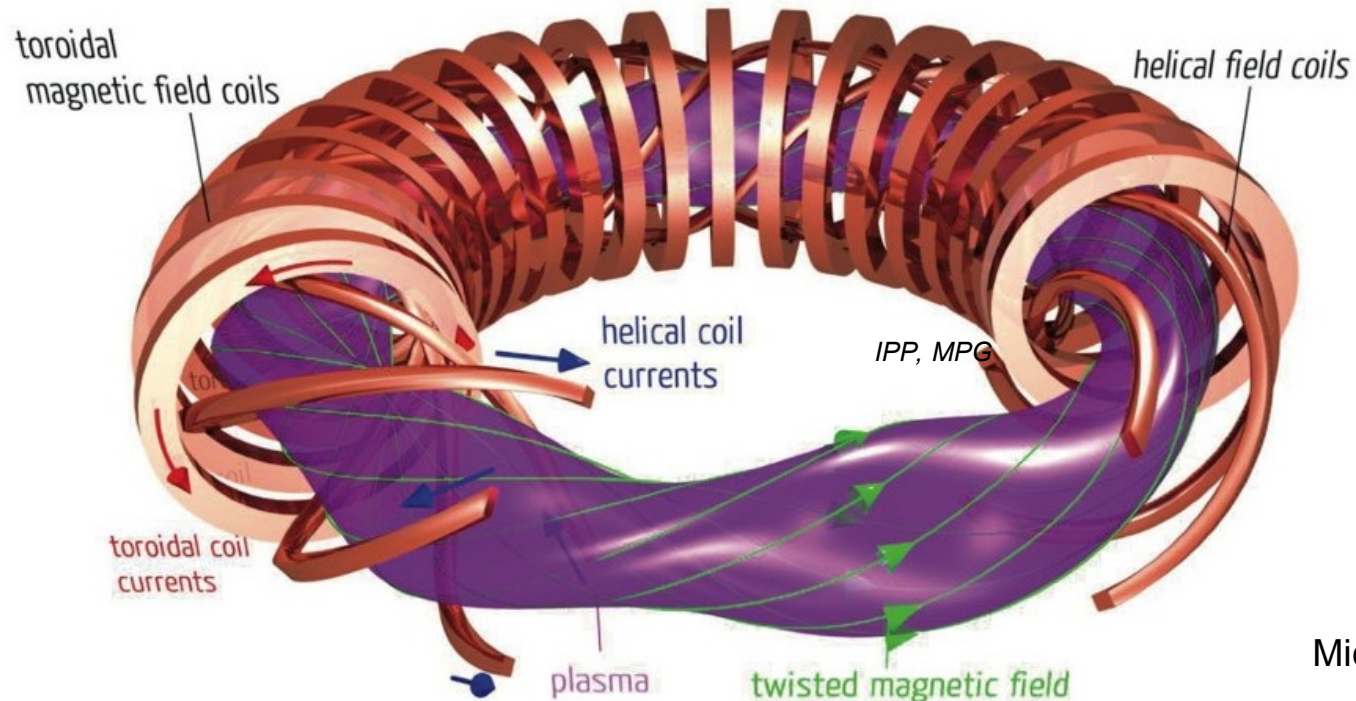
Pour un stellarator, le champ magnétique hélicoïdal est directement produit les bobines extérieures.

L'effet peut être produit en ajoutant des bobines de forme hélicoïdale à l'intérieur des bobines principales.

L'effet peut aussi être produit un seul jeu de bobines, mais de forme plus complexe.

La difficulté est de calculer la forme à donner aux bobines de champ magnétique pour obtenir la forme de champ magnétique hélicoïdal désiré.

Le plasma perd la forme axisymétrique : le plasma a une forme différente dans différentes sections polaires.



Michel Giannoni

# Invariants du mouvement et force diamagnétique

Si le champ magnétique varie lentement, le **moment magnétique** est conservé :

$$\mu_\alpha = \frac{m_\alpha u_{\perp\alpha}^2}{2B}$$

L'**énergie cinétique** de la particule est conservée :

$$E_{c\alpha} = \frac{m_\alpha u_\alpha^2}{2} = \frac{m_\alpha u_{\parallel\alpha}^2}{2} + \mu_\alpha B$$

Il y a alors une relation directe entre  $u_{\parallel\alpha}$  et  $B$  : en dérivant l'expression de l'énergie, on fait apparaître la **force diamagnétique** :

$$m_\alpha d_t u_{\parallel\alpha} = -\mu_\alpha \partial_s B$$

$s$  est l'abscisse curviligne le long de la ligne magnétique.

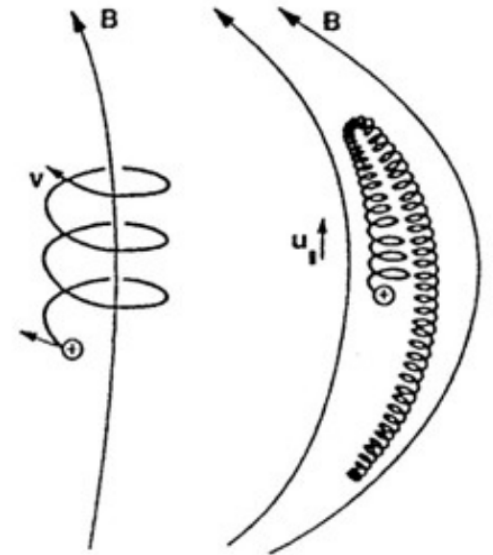
## Miroir magnétique

Si la particule voit un champ magnétique croissant jusqu'au point que :

$$B = \frac{1}{\mu_\alpha} E_{c\alpha}$$

soit :  $u_{\parallel\alpha} = 0$

la vitesse parallèle de la particule changera de signe : la particule sera réfléchiée en ce point.



Giration  
autour d'une  
ligne de  
champ

Rebond entre 2  
miroirs  
magnétiques

Martin Mayer

# Champs magnétiques toroïdal et poloïdal

Géométrie torique :  $(r, \theta, \phi)$

$\phi$  : angle toroïdal       $\theta$  : angle poloïdal

Champ magnétique toroïdal :

$$B_\phi = B_0 \frac{R_0}{R} \quad B_\theta = B(R_0)$$

Pour un faible rapport d'aspect  $r \ll R$

$$B_\phi(r, \theta) = B_0 \left(1 - \frac{r}{R_0} \cos \theta\right)$$

Densité de courant plasma (toroïdal) :  $j_\phi(r)$

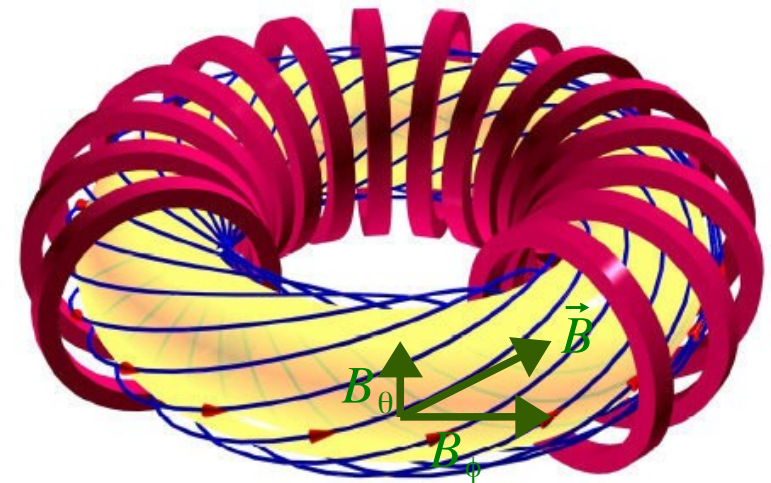
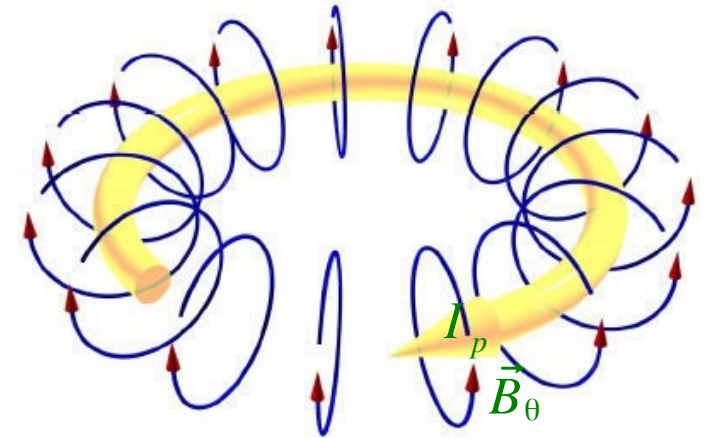
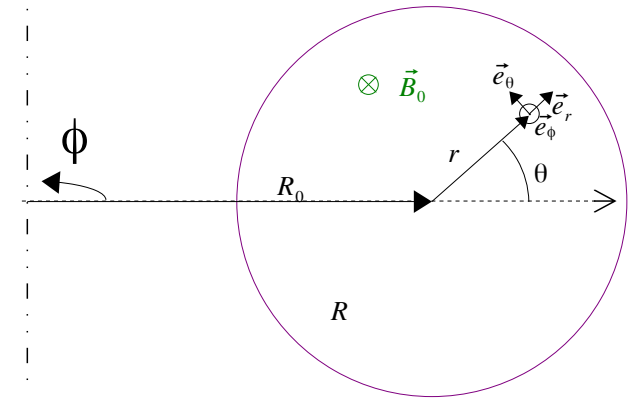
Courant plasma intérieur à un petit rayon  $r$  :

$$I_\phi(r) = \int_0^r 2\pi r' j_\phi(r') dr'$$

Par le théorème d'Ampère, la champ magnétique poloïdal est donné par :

$$B_\theta(r) = \frac{\mu_0}{2\pi r} I_\phi(r)$$

La composante poloïdale du champ magnétique dépend de la forme du profil de courant plasma toroïdal.



# Forme de la ligne de champ magnétique

La ligne de champ magnétique sera inscrit sur un **tore de petit rayon  $r$** .

Inclinaison de la ligne de champ sur la surface :

$$\frac{B_\theta}{B_\phi} = \frac{r d\theta}{R d\phi}$$

Relation entre angles toroïdal et poloïdal :

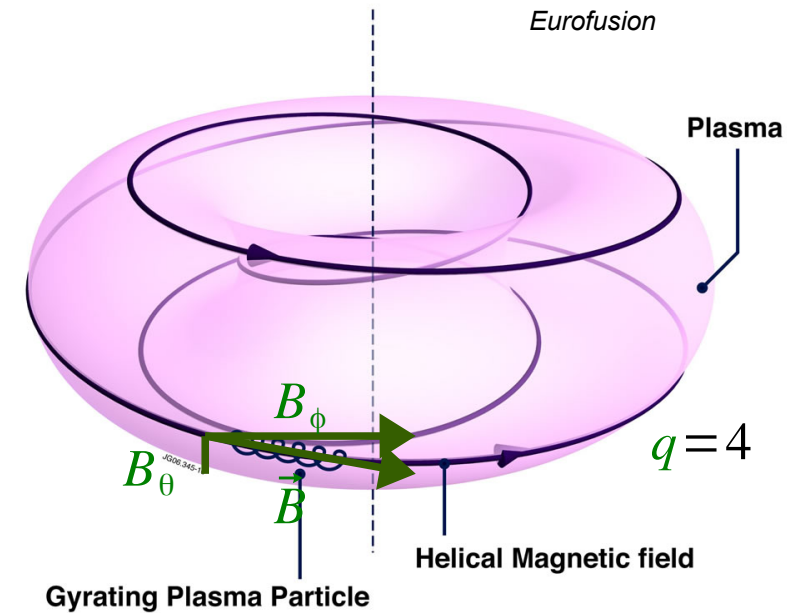
$$d\phi = \frac{r B_\phi}{R B_\theta} d\theta$$

On introduit  $q$  le facteur de sécurité :  $q = \frac{r B_\phi}{R B_\theta}$

$$d\phi = q d\theta$$

$q$  : nombre de tours toroïdaux pour un tour poloïdal

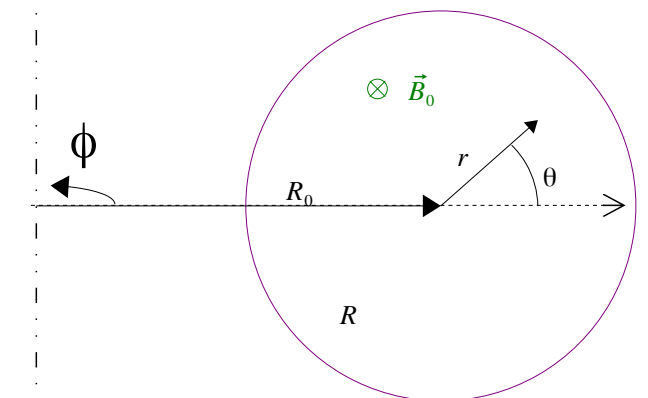
$r/qR$  : inclinaison de la ligne de champ magnétique.



L'intensité du champ magnétique varie le long de la ligne de champ magnétique. Nous négligeons l'effet de la composante poloïdale :

$$\frac{dB}{d\theta} \sim \frac{dB_\phi}{d\theta} = B_0 \frac{r}{R_0} \sin \theta$$

$$B_\phi(r, \theta) = B_0 \left(1 - \frac{r}{R_0} \cos \theta\right)$$



Le champ est plus intense côté intérieur du tore

# Suivi d'une particule le long de la ligne de champ

On se place dans l'hypothèse :

- faible rapport d'aspect :  $r \ll R$
- ligne de champ peu inclinée :  $q > 1$

$s$  : abscisse curviligne le long de la ligne de champ :

$$ds = u_{\parallel\alpha} dt$$

Ligne peu inclinée :  $s \sim R\phi$        $ds = R d\phi$

$$ds = R q d\theta \quad \frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{R_0 q}$$

$$d\phi = q d\theta$$

le champ magnétique varie suivant l'abscisse curviligne :

$$\frac{dB}{ds} = \frac{dB}{d\theta} \frac{d\theta}{ds} = B_0 \frac{r}{q R_0^2} \sin\theta$$

$$\frac{dB}{d\theta} = B_0 \frac{r}{R_0} \sin\theta$$

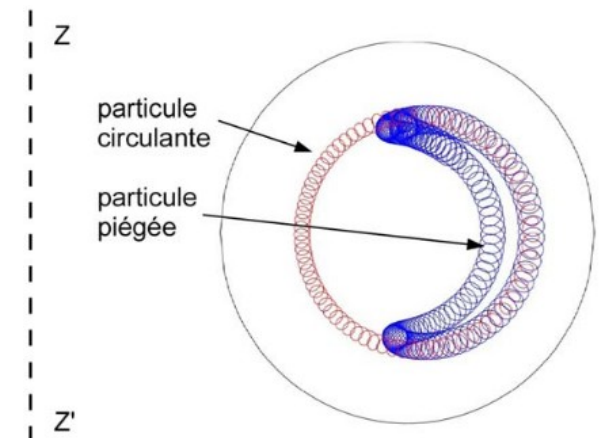
Par la force diamagnétique, la vitesse parallèle varie suivant la ligne de champ :

$$\frac{du_{\parallel\alpha}}{dt} = - \frac{\mu_\alpha}{m_\alpha} B_0 \frac{r}{q R_0^2} \sin\theta$$

$$\frac{du_{\parallel\alpha}}{dt} = - \frac{\mu_\alpha}{m_\alpha} \partial_s B$$

Suivant les conditions initiales, la particule soit :

- subira un miroir magnétique en atteignant le côté fort champ magnétique du tore : particule piégée;
- ou circulera tout le long de ligne si sa vitesse parallèle est suffisamment grande : particule passante.



# Dérive du centre-guide par rapport aux lignes de champ

La particule suit principalement la ligne de champ :  $\vec{e}_B = \frac{\vec{B}}{B}$

La direction du champ est composée de :  $\vec{e}_B = \vec{e}_\phi + \frac{r}{qR} \vec{e}_\theta$

Néanmoins, à cause des dérives de gradient et courbure du champ, le centre guide dévie de la ligne de champ :  $\vec{u}_{g\alpha} = \vec{u}_{\parallel\alpha} + \vec{u}_{\nabla B\alpha}$

Comme le gradient de champ suit le grand rayon, et la courbure quasiment aussi, la dérive est quasi verticale :  $\vec{e}_z = \sin\theta \vec{e}_r + \cos\theta \vec{e}_\theta$

La vitesse du centre guide se décompose :

$$\vec{u}_{g\alpha} = u_{\parallel\alpha} \vec{e}_\phi + \left( u_{\parallel\alpha} \frac{r}{qR} + u_{\nabla B\alpha} \cos\theta \right) \vec{e}_\theta + u_{\nabla B\alpha} \sin\theta \vec{e}_r$$

$$u_{\nabla B\alpha} = \left( \frac{u_{\parallel\alpha}^2}{\omega_{c\alpha}} + \frac{u_{\perp\alpha}^2}{2\omega_{c\alpha}} \right) \frac{1}{R} \vec{e}_z$$

Projeté dans le plan poloïdal, le centre guide suit les équations :

$$\frac{d\theta}{dt} = \left( u_{\parallel\alpha} \frac{1}{qR} + u_{\nabla B\alpha} \frac{1}{r} \cos\theta \right)$$

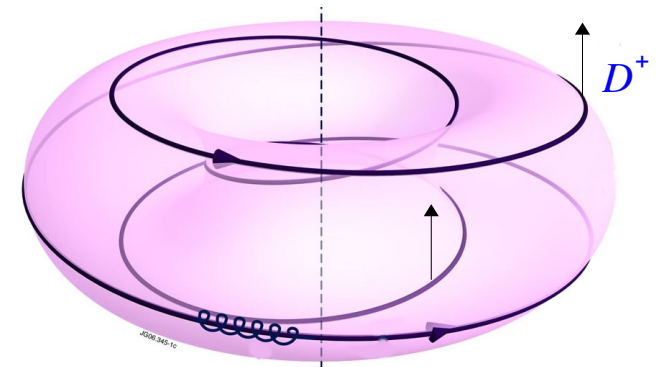
$$\frac{dr}{dt} = u_{\nabla B\alpha} \sin\theta$$

La vitesse parallèle varie le long de la ligne de champ :

$$\frac{du_{\parallel\alpha}}{dt} = - \frac{\mu_\alpha B_0}{m_\alpha} \frac{r}{qR_0^2} \sin\theta$$

Le centre guide dévie de la ligne de champ. La déviation est de moyenne nulle.

Le centre guide oscille autour de la ligne de champ (en fonction de l'angle poloïdal).



# Dérive des particules circulantes

Pour décrire la dérive du centre-guide des particules circulantes, nous nous plaçons dans la cas limite de grande vitesse parallèle :  $u_{\parallel\alpha} > u_{\perp\alpha}$

Dans cette condition la vitesse parallèle  $u_{\parallel\alpha}$  est quasi invariante.

Mouvement du centre guide, sans la dérive dans la section poloïdale :

$$\frac{dr}{dt} = 0$$

$$\frac{d\theta}{dt} = u_{\parallel\alpha} \frac{1}{q R_0}$$

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{R_0 q}$$

La vitesse de dérive  $u_{\nabla B\alpha}$  est aussi quasi invariante :  $u_{\nabla B\alpha} \sim \frac{u_{\parallel\alpha}^2}{\omega_{c\alpha}} \frac{1}{R_0} \vec{e}_z$

$$\frac{dr}{dt} = u_{\nabla B\alpha} \sin \theta$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \left( u_{\parallel\alpha} \frac{1}{q R_0} + u_{\nabla B\alpha} \frac{1}{r} \cos \theta \right)$$

$$\vec{e}_z = \sin \theta \vec{e}_r + \cos \theta \vec{e}_\theta$$

L'équation du mouvement s'écrit :

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r q R_0 \frac{u_{\nabla B\alpha}}{u_{\parallel\alpha}} \sin \theta}{r + q R_0 \frac{u_{\nabla B\alpha}}{u_{\parallel\alpha}} \cos \theta}$$

$$\rho_{c\alpha} = \frac{u_{\perp\alpha}}{\omega_{c\alpha}}$$

Le second terme du dénominateur est négligeable :

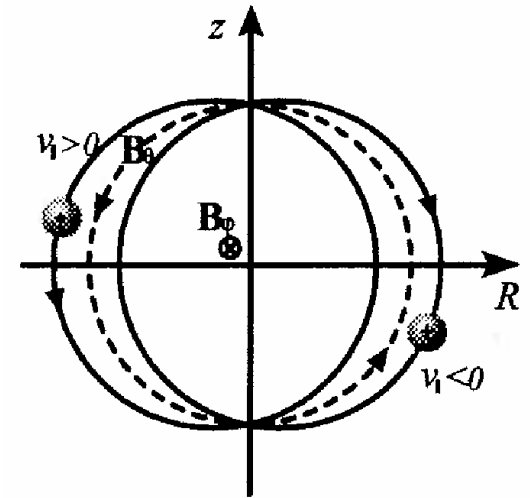
$$q R_0 \frac{u_{\nabla B\alpha}}{u_{\parallel\alpha}} \sim q \frac{u_{\parallel\alpha}}{\omega_{c\alpha}} \sim q \rho_{c\alpha} \frac{u_{\parallel\alpha}}{u_{\perp\alpha}} \ll r$$

L'équation se simplifie :

$$\frac{dr}{d\theta} = q R_0 \frac{u_{\nabla B\alpha}}{u_{\parallel\alpha}} \sin \theta$$

Le mouvement de dérive du centre guide

dans le plan poloïdal s'écrit :  $r = r_0 - q R_0 \frac{u_{\nabla B\alpha}}{u_{\parallel\alpha}} \cos \theta$



# Dérive des particules circulantes

Le mouvement avec dérive du centre guide de la particule circulante dans le plan poloïdal s'écrit :

$$r = r_0 - q R_0 \frac{u_{\nabla B \alpha}}{u_{\parallel \alpha}} \cos \theta$$

Le centre-guide oscille autour du petit rayon  $r_0$  avec le décalage :

$$\delta_c = -q R_0 \frac{u_{\nabla B \alpha}}{u_{\parallel \alpha}} \sim -q \rho_{c \alpha} \frac{u_{\parallel \alpha}}{u_{\perp \alpha}}$$

La particule circulante est donc bien confinée : sa trajectoire se limite à un petit intervalle de petit rayon.

Le cercle est décalé positivement quand

$$q_{\alpha} u_{\parallel \alpha} > 0$$

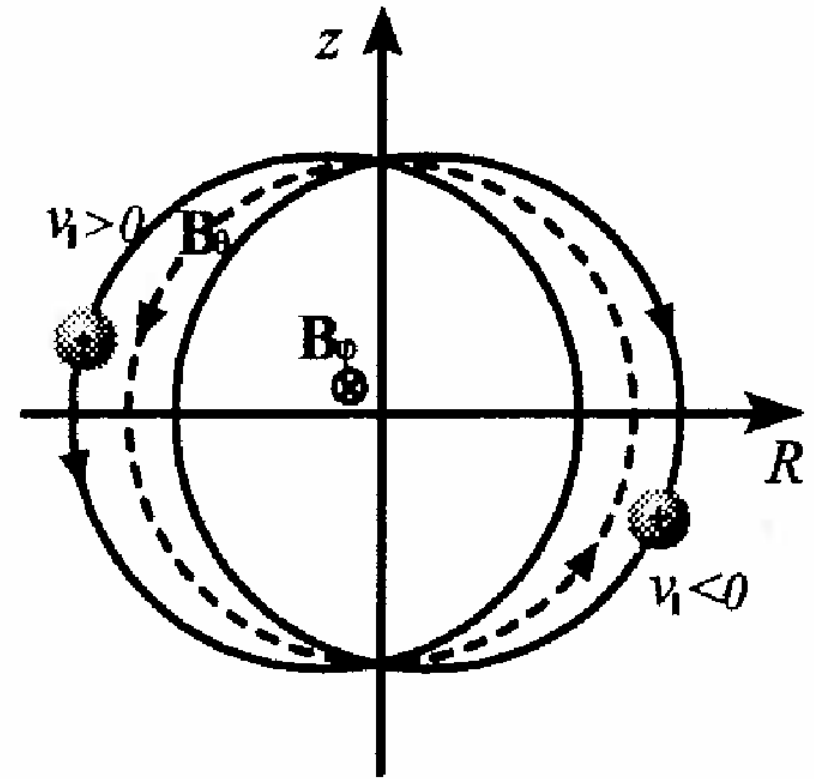
Les équations du mouvement du centre guide de la particule circulante s'écrivent :

$$\phi(t) = \frac{u_{\parallel \alpha}}{R_0} t$$

$$\theta(t) = \frac{u_{\parallel \alpha}}{q R_0} t$$

$$r = r_0 - q R_0 \frac{u_{\nabla B \alpha}}{u_{\parallel \alpha}} \cos \left( \frac{u_{\parallel \alpha}}{q R_0} t \right)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = u_{\parallel \alpha} \frac{1}{q R_0}$$



# Dérive des particules piégées : fréquence de rebond

Pour décrire la trajectoire typique des particules piégées, nous nous plaçons dans la limite de vitesse parallèle faible :  $u_{\parallel\alpha} \ll u_{\perp\alpha}$

Nous négligeons dans un premier temps la dérive. Le mouvement poloïdal est fonction de la vitesse parallèle :

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{q R_0} u_{\parallel\alpha}$$

La force diamagnétique induit une variation de la vitesse parallèle :

$$\frac{du_{\parallel\alpha}}{dt} = -\frac{\mu_\alpha}{m_\alpha} B_0 \frac{r}{q R_0^2} \sin \theta$$

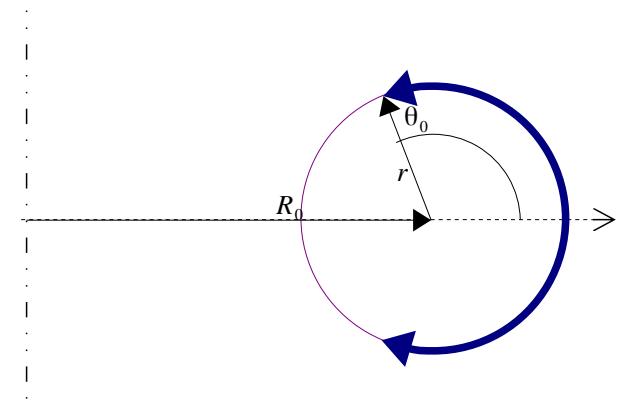
La combinaison des 2 équations fait apparaître un pendule non linéaire :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{\mu_\alpha B_0 r}{m_\alpha q^2 R_0^3} \sin \theta = 0$$

L'hamiltonien associé à ce système :

$$H_\alpha = \frac{1}{2} p^2 - \frac{\mu_\alpha B_0 r}{m_\alpha q^2 R_0^3} \cos \theta$$

$p$  est le moment associé à  $\theta$  :  $p = \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{q R_0} u_{\parallel\alpha}$



La pulsation du pendule est la fréquence de rebond :

$$\omega_{b\alpha} = \sqrt{\frac{\mu_\alpha B_0 r}{m_\alpha q^2 R_0^3}} = \frac{u_{\perp\alpha}}{q R_0} \sqrt{\frac{r}{2 R_0}}$$

$$H_\alpha = \frac{1}{2} p^2 - \omega_{b\alpha}^2 \cos \theta$$

$$\mu_\alpha = \frac{m_\alpha u_{\perp\alpha}^2}{2 B}$$

# Critère de piégeage

Une particule est piégée si la vitesse angulaire poloïdale est nulle, à un angle  $\theta = \theta_0$

$$p(\theta = \theta_0) = 0$$

une particule est piégée si son hamiltonien vérifie :

$$H_\alpha < \omega_{b\alpha}^2$$

Comme :  $|p(\theta=0)| = \sqrt{2(H_\alpha + \omega_{b\alpha}^2)}$

la particule est piégée si :  $|p(\theta=0)| < 2 \omega_{b\alpha}$

Comme :

$$\omega_{b\alpha} = \frac{u_{\perp\alpha}}{q R_0} \sqrt{\frac{r}{2 R_0}} \quad p = \frac{d\theta}{dt} = \frac{u_{\parallel\alpha}}{q R_0}$$

La particule est piégée si :

$$\frac{|u_{\parallel\alpha}(\theta=0)|}{u_{\perp\alpha}(\theta=0)} \leq \sqrt{\frac{2r}{R_0}}$$

La fraction de particules piégées se trouvent en intégrant la distribution en vitesse des particules sur la surface magnétique :

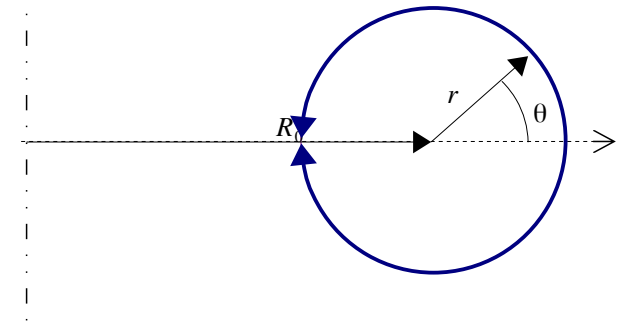
$$f_p = \int_0^\infty 2\pi u_\perp du_\perp \int_{-u_\perp \sqrt{2r/R_0}}^{u_\perp \sqrt{2r/R_0}} \frac{1}{(2\pi m_\alpha k_b T_\alpha)^{3/2}} e^{\frac{-m_\alpha}{2k_b T_\alpha}(u_\perp^2 + u_\parallel^2)} du_\parallel$$

La proportion dépend du rapport d'aspect de la surface magnétique :

$$f_p = \sqrt{\frac{2r}{R_0}}$$

$$H_\alpha = \frac{1}{2} p^2 - \omega_{b\alpha}^2 \cos \theta$$

$$H_\alpha = \frac{1}{2} p(\theta=0)^2 - \omega_{b\alpha}^2$$



# Dérive des particules piégées

Les variations de petit rayon de la particule sont :

$$\frac{dr}{dt} = u_{\nabla B \alpha} \sin \theta$$

La dérive est dominée par la vitesse perpendiculaire :

$$\frac{dr}{dt} = \frac{u_{\perp \alpha}^2}{2 R_0 \omega_{c \alpha}} \sin \theta \quad u_{\nabla B \alpha} = \left( \frac{u_{\parallel \alpha}^2}{\omega_{c \alpha}} + \frac{u_{\perp \alpha}^2}{2 \omega_{c \alpha}} \right) \frac{1}{R} \vec{e}_z$$

La vitesse parallèle varie à cause de la force diamagnétique :

$$\frac{d u_{\parallel \alpha}}{dt} = - \frac{u_{\perp \alpha}^2 r}{2 q R_0^2} \sin \theta \quad \frac{d u_{\parallel \alpha}}{dt} = - \frac{\mu_{\alpha} B_0}{m_{\alpha}} \frac{r}{q R_0^2} \sin \theta \quad \mu_{\alpha} = \frac{m_{\alpha} u_{\perp \alpha}^2}{2 B}$$

Le rapport des 2 expressions relie le rayon à la vitesse parallèle :

$$\frac{dr}{d u_{\parallel \alpha}} = - \frac{q R_0}{r \omega_{c \alpha}}$$

Pour un quart de période d'oscillation, l'angle poloïdal  $\theta$  varie de 0 à  $\theta_0$  sa valeur maximale, la vitesse parallèle varie de  $u_{\parallel \alpha(\theta=0)}$  à 0. Sur ce temps, le petit rayon aura varié au maximum de :

$$\delta_b \leq \frac{2 q R_0}{r \omega_{c \alpha}} u_{\parallel \alpha(\theta=0)}$$

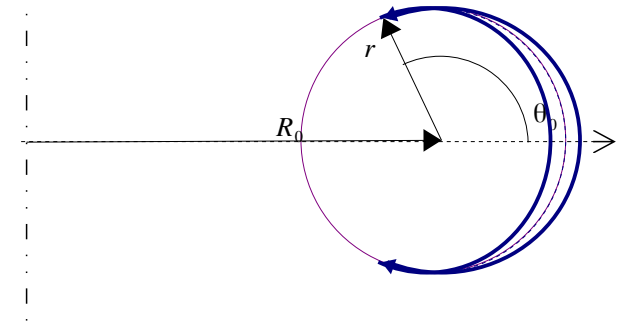
En tenant compte de la condition de piégeage :

$$\delta_b \leq 2 q \rho_{c \alpha} \sqrt{\frac{2 R_0}{r}}$$

$$\frac{|u_{\parallel \alpha(\theta=0)}|}{u_{\perp \alpha(\theta=0)}} \leq \sqrt{\frac{2 r}{R_0}} \quad \rho_{c \alpha} = \frac{u_{\perp \alpha}}{\omega_{c \alpha}}$$

Le décalage est de l'ordre de quelques rayons de Larmor.

Le décalage s'annule sur une période de rebond : la particule piégée est bien confinée.

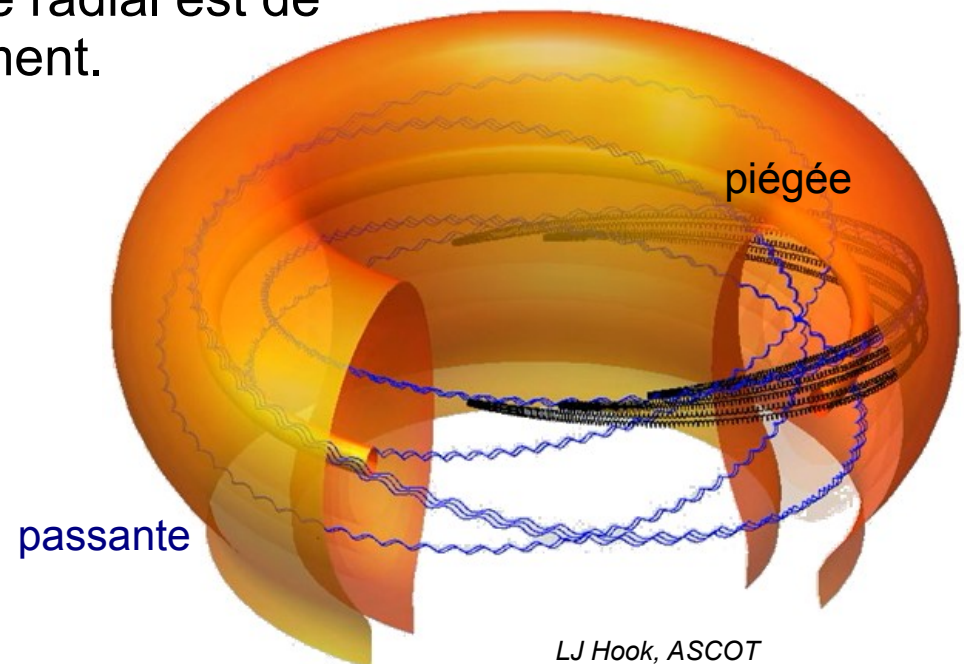
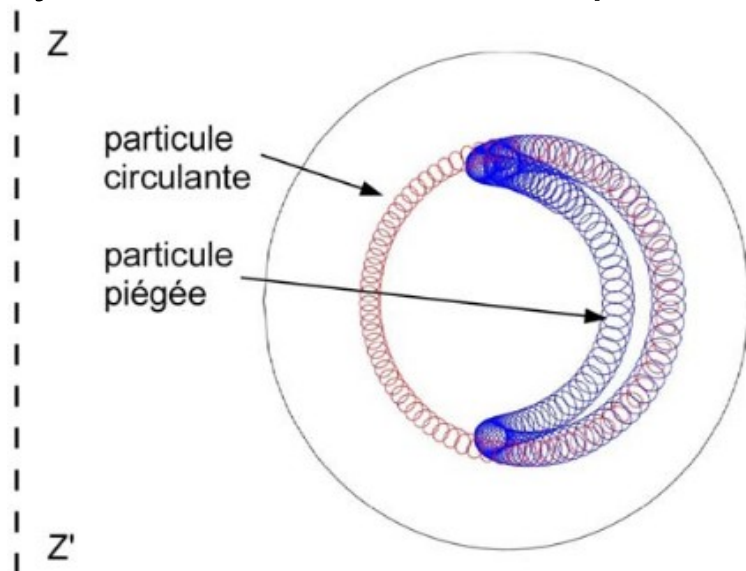
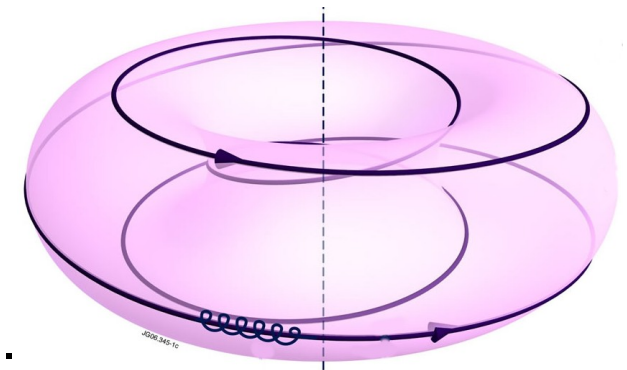


# Trajectoires des particules dans un tokamak

Dans un tokamak, les lignes de champ magnétique ont une forme hélicoïdale tournant dans les directions toroïdale et poloïdale.

La dérive verticale due au gradient et à la courbure du champ magnétique est compensée sur une période de mouvement poloïdal.

À cause des miroirs magnétiques, les particules sont circulantes, ou piégées du côté bas champ magnétique du tore. Le décalage radial due à la dérive est de l'ordre de quelques rayons de Larmor de la particules. Le décalage radial est de moyenne nulle sur un tour poloïdal du mouvement.



# Valeurs typiques des paramètres du mouvement

Pour un plasma typique de tokamak (D) :  $n_D = n_e = 10^{20} m^{-3}$   $T_D = T_e = 10 keV$   $B = 4 T$   
 les vitesses thermiques sont :

$$u_{thD} = \sqrt{\frac{3 k_B T_D}{m_D}} = 10^6 m s^{-1} \quad u_{the} = \sqrt{\frac{3 k_B T_e}{m_e}} = 7 \cdot 10^7 m s^{-1}$$

Les pulsations cyclotron :  $\omega_{cD} = \frac{q_e B_0}{m_D} = 190 MHz$   $\omega_{ce} = 700 GHz$

Les rayons de Larmor moyens :  $\rho_{cD} = \frac{u_{thD}}{\omega_{cD}} = 2 mm$   $\rho_{ce} = 50 \mu m$

Les collisions entre paires dominant :  $e^- e^-$  et  $D^+ D^+$ .  $\ln \Lambda = 10$   
 $v_{DD} = \frac{n_D \ln \Lambda}{12 \pi^{3/2} \epsilon_0^2 m_D^{1/2} (k_B T_D)^{3/2}} = 30 s^{-1}$   $v_{ee} = \frac{n_e \ln \Lambda}{12 \pi^{3/2} \epsilon_0^2 m_e^{1/2} (k_B T_e)^{3/2}} = 2 \cdot 10^3 s^{-1}$   $v_{eD} = 0,5 s^{-1}$

Les libres parcours moyens :

$$\lambda_{DD} = \frac{u_{thD}}{v_{DD}} = 33 km \quad \lambda_{ee} = \frac{u_{the}}{v_{ee}} = 33 km$$

Pour un plasma,  $R_0 = 6 m$ , à la surface où  $q = 3$ , les particules circulantes parcourent :  
 Nombre moyens de tours toroïdaux parcourus entre 2 collisions :

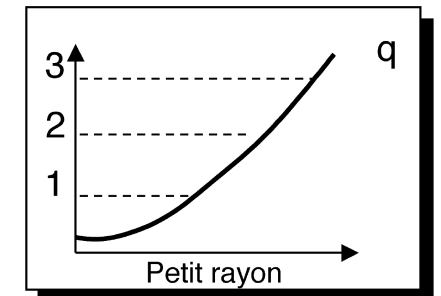
$$N_{tor} = \lambda_{DD} / 2 \pi R_0 = 900$$

Nombre moyens de tours poloïdaux parcourus entre 2 collisions :

$$N_{pol} = N_{tor} / q = 300$$

Décalage radial typique des orbites circulantes :

$$\delta_{rD} \sim q \rho_{cD} = 6 mm \quad \delta_{re} = 150 \mu m$$



# Plan

- **I Fusion et confinement magnétique**
  - **I.1 Introduction à la fusion par confinement magnétique**
  - **I.2 Configuration magnétique et confinement des particules**
  - **I.3 Progression des performances du confinement magnétique**
    - **3.a Historique : vers le premier tokamak**
    - **3.b Évolution des performances**
  
- **II Stabilité MHD et transport**
  
- **III Chauffage et diagnostics de mesure**

# Historique : principe de la fusion

**1919** J. Perrin émet l'hypothèse que la synthèse de l'hélium à partir de l'hydrogène pourrait être la source d'énergie du soleil.

Aston : défaut de masse de l'Hélium.

**1920** A. S. Eddington : modèle de l'étoile

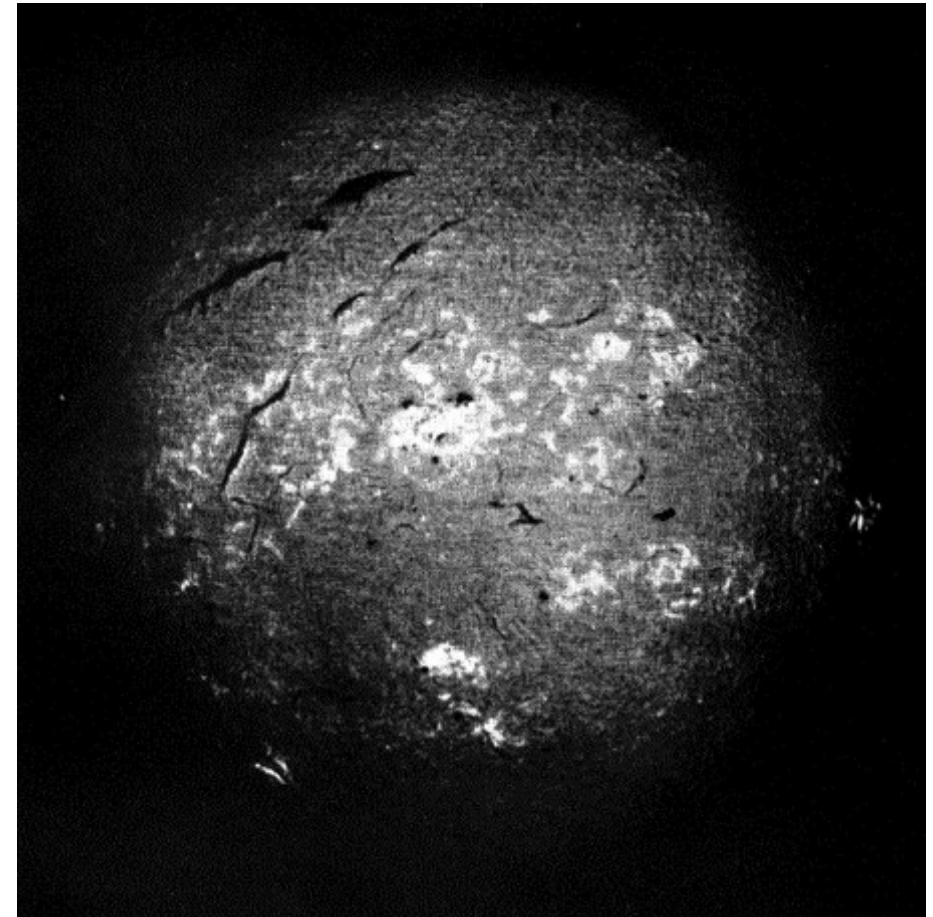
**1932** Découverte du neutron et du deutérium par Rutherford. Walton et Cockroft détectent la réaction de capture d'un proton par le lithium 7, capture suivie d'une fission en deux particules alpha (He) avec dégagement d'énergie.

**1934** Rutherford, Oliphant, Harteck réussissent la réaction :  $D + D \rightarrow {}^3\text{He} + n + 3.3 \text{ MeV}$

**1946** G.P. Thomson dépose un brevet (secret) sur une installation de fusion thermonucléaire avec un plasma confiné.

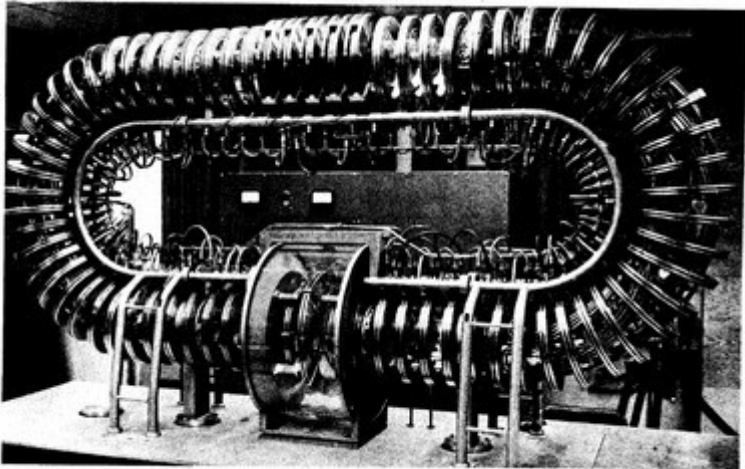
**1951** Explosion de la première bombe H. Recherches classifiées.

Début des recherches sur l'application civile de l'énergie de fusion.



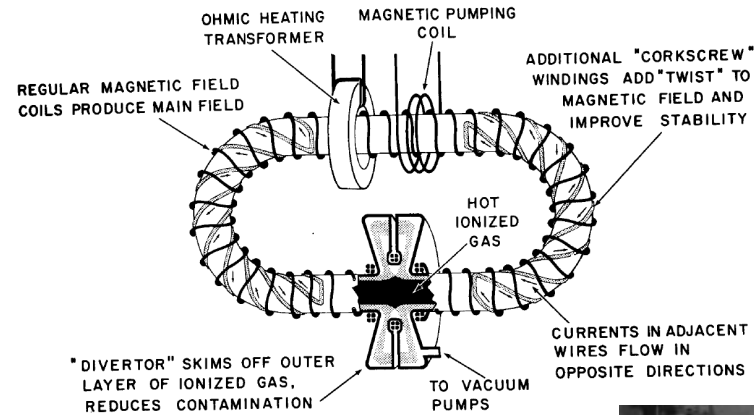
Eddington : Hydrogen Spectroheliogram. (J. Evershed)

# 1950, UK & USA : stellarators et pinches



DEMONSTRATION STELLARATOR SHOWN AT GENEVA CONFERENCE

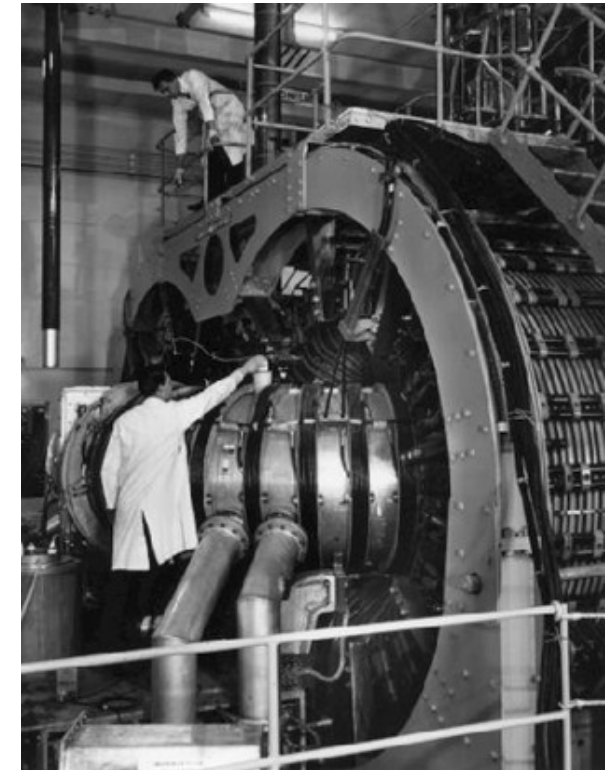
FIG. 4: SCHEMATIC "RACETRACK" STELLARATOR



**1953 USA** : Début des recherches sur les stellarators classiques à Princeton

**1958 UK** : recherche sur les « stabilized pinch » ; machine Zeta à Harwell Les anglais déclarent avoir produit des neutrons de fusion.

*(On s'aperçoit plus tard qu'il s'agit de réactions localisées produites par des faisceaux de particules incident sur des surfaces deutérées).*



machine Zeta à Harwell

# 1950, Russie : premier tokamak : T1

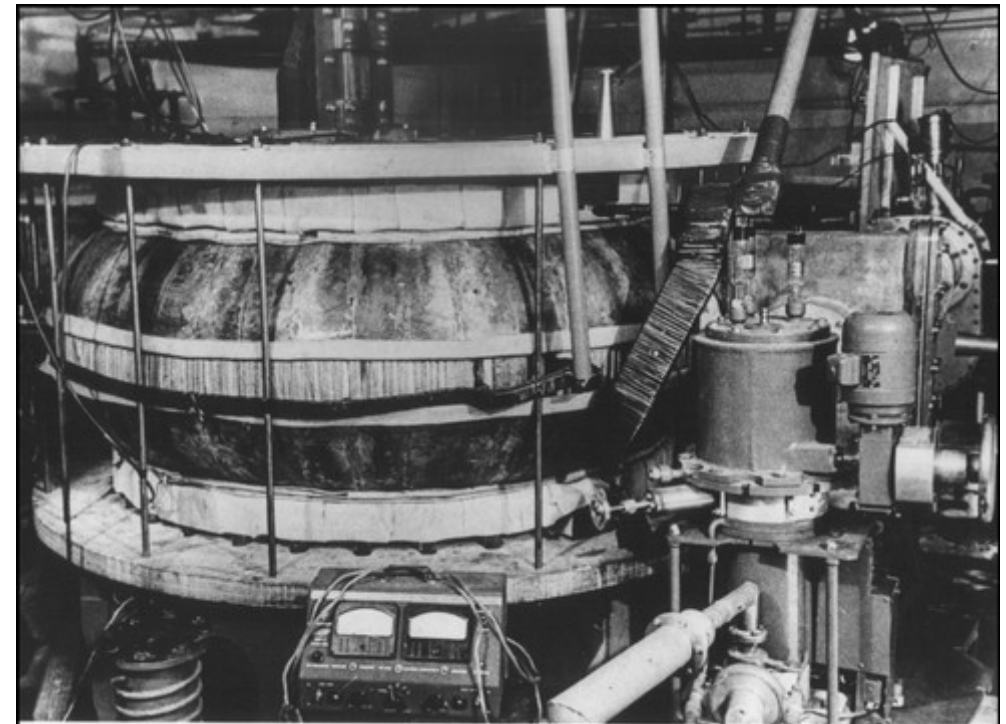
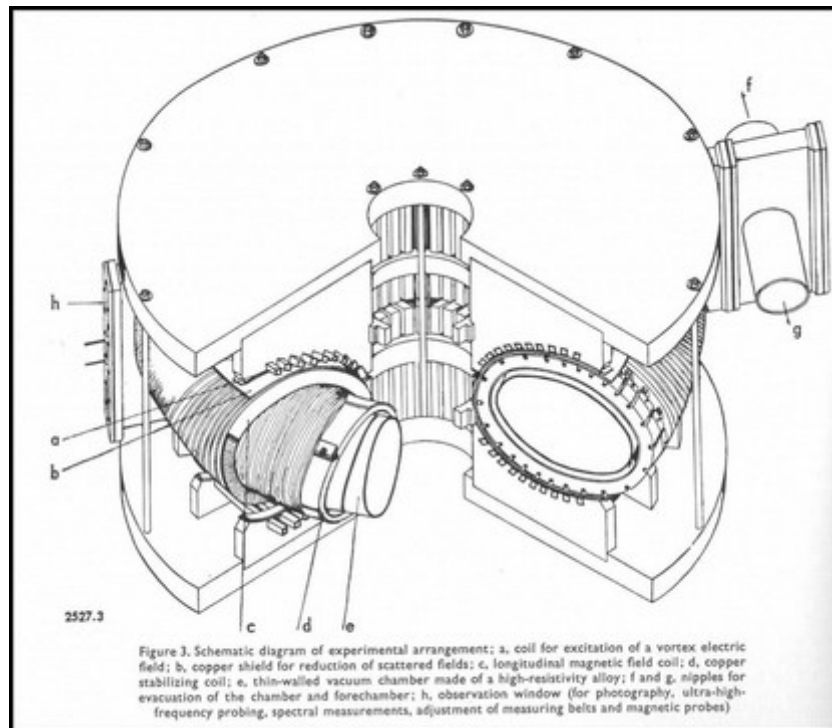
Tokamak : "тороидальная камера с магнитными катушками" (chambre toroïdale et bobines magnetiques).

**1957** : Premier tokamak T1 au Kurchatov Institute (Moscou)

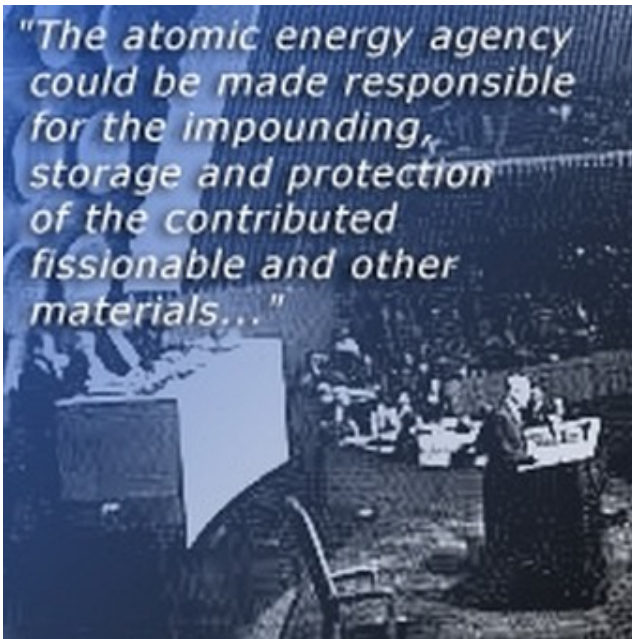
Chambre torique métallique.

$R_0 = 0,63 \text{ m}$   $a = 0,13 \text{ m}$   $B_T = 1 \text{ T}$   $I_p = 40 \text{ kA}$  ( $q$  proche de 1)

Équilibre macroscopique atteint



# 1957 : la recherche en fusion contrôlée est déclassifiée



The first IAEA General Conference held at the Konzerthaus in Vienna from 1 to 23 October 1957, with the participation of diplomats and scientists from 57 nations. (Photo: IAEA)

**1953** : discours « Atom for Peace » du président des USA, D. Eisenhower devant l'assemblée plénière des Nations Unies.

**1957** : première conférence générale de l'IAEA à Vienne (agence internationale de l'énergie atomique)

**1957** : traité Euratom.

**1958** : Conférence Internationale de l'ONU pour les usages pacifiques de l'énergie atomique (Genève) : le tokamak T1 y est présenté par L. A. Artsimovich, mais sans convaincre...

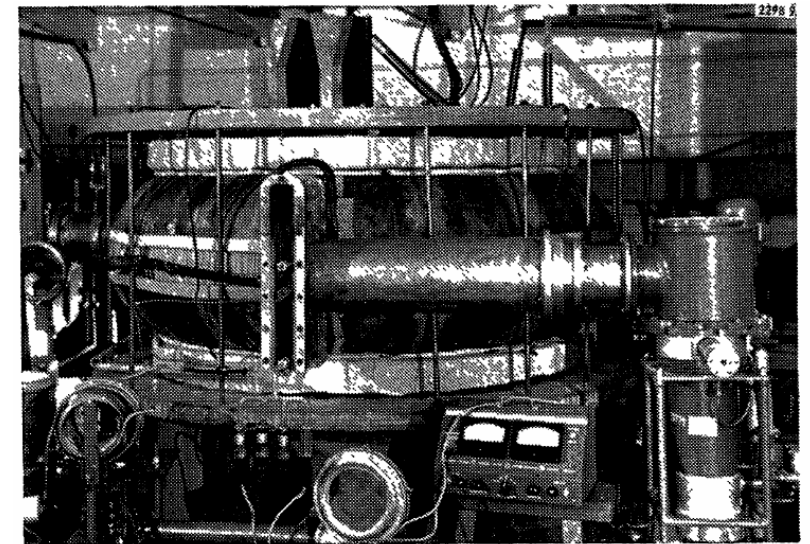


Figure 9. Apparatus for high-current toroidal discharges

L. A. Artsimovich, Proc. 2nd Int. Conf. on the Peaceful Use of Atomic Energy., Genève UN (1958)

# Performance du tokamak T3

## 1960 : tokamak T3

$R_0 = 1 \text{ m}$   $a = 0,12\text{m}$   $B_T = 4\text{T}$   $I_p = 60 \text{ kA}$

Le plasma du tokamak T3 à Moscou atteint la température de 7 millions de degrés K (600 eV).

La température est estimée via la résistivité du plasma.

L'occident est incrédule : la température dépasse de beaucoup celle des autres machines.

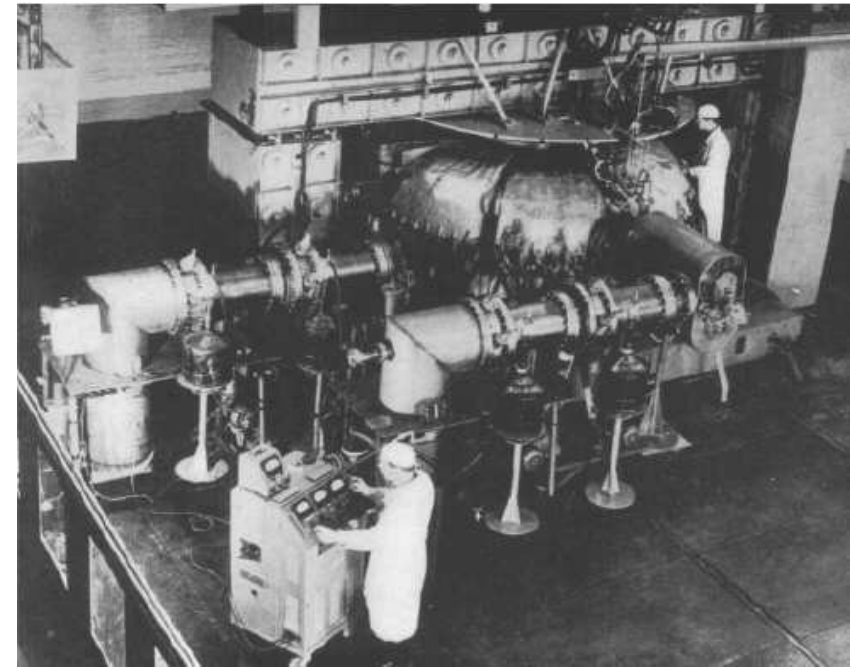
**1968** : les russes invitent une équipe anglaise (Peacock, Robinson, Forrest, Wilcock) à venir sur place faire des mesures de température électronique par diffusion Thomson incohérente par laser (le laser a été inventé 10 ans plus tôt aux USA).

La valeur est confirmée.

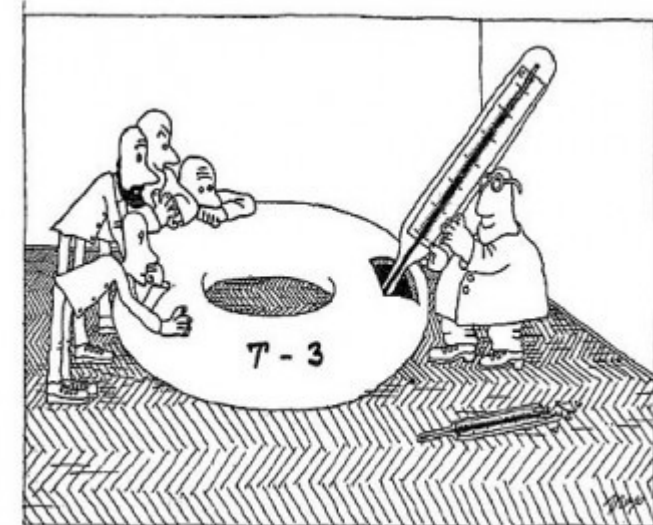
La communauté internationale est convaincue : elle se lance dans la filière tokamak.

**1969** : première mesure significative de flux de neutrons produits par fusion.

Le confinement est moins bon qu'attendu par la formule de Bohm.



Tokamak T3



Dessin extrait de l'éposé "Evolution of the Tokamak" donné par B.B. Kadomtsev à Culham (UK, 1988)

# Tokamak T3 : mesure indirecte de la température (russes)

## Mesure indirecte de la température :

- mesure de la tension  $U_{tour}$  par tour par un fil toroïdal dans la chambre,
- mesure du courant toroïdal  $I_\phi$  par une bobine de Rogowski.

La résistance parallèle permet de connaître la résistivité du plasma :

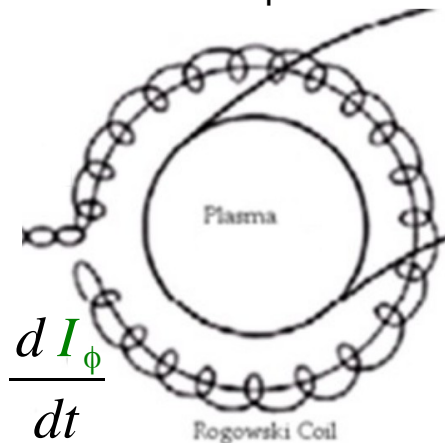
$$R_{\parallel} = U_{tour} / I_\phi \quad R_{\parallel} \sim \eta \frac{2\pi R_0}{\pi a^2}$$

La résistivité du plasma est liée à la collisionnalité, elle même liée à la température :

$$\eta = \frac{m_e v_{ei}}{q_e^2 n_e} \quad v_{ei} = \frac{n_i \ln \Lambda}{3\pi^{3/2} \epsilon_0^2} \frac{m_e^{1/2} Z_i^2 q_e^4}{m_i (k_B T_e)^{3/2}}$$

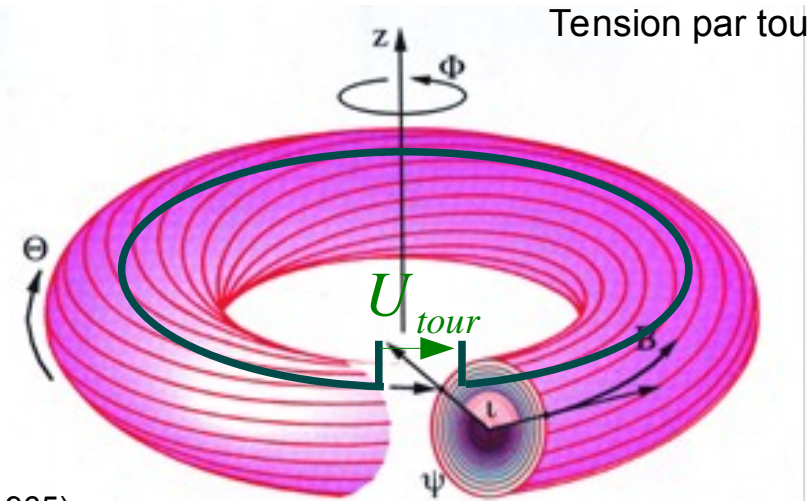
La mesure du courant toroïdal et de la tension par tour permet d'estimer la température électronique.

Courant toroïdal mesuré par bobine Rogowski



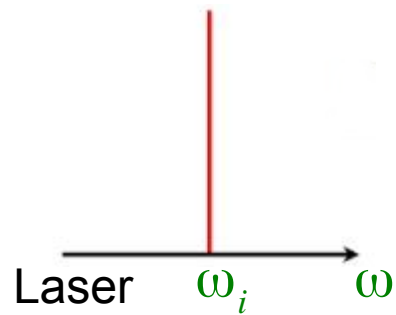
Arstimovich et al., Plasma Physics (1965)

Tension par tour



# Tokamak T3 : mesure directe de la température (anglais)

**Mesure directe de la température :**  
 par effet Doppler, l'onde diffusée par les électrons  
 est décalée en fréquence de la fréquence laser



Lumière diffusée par les électrons :  
 Effet Doppler

$$\omega = \omega_i + \vec{k} \cdot \vec{u}_e$$

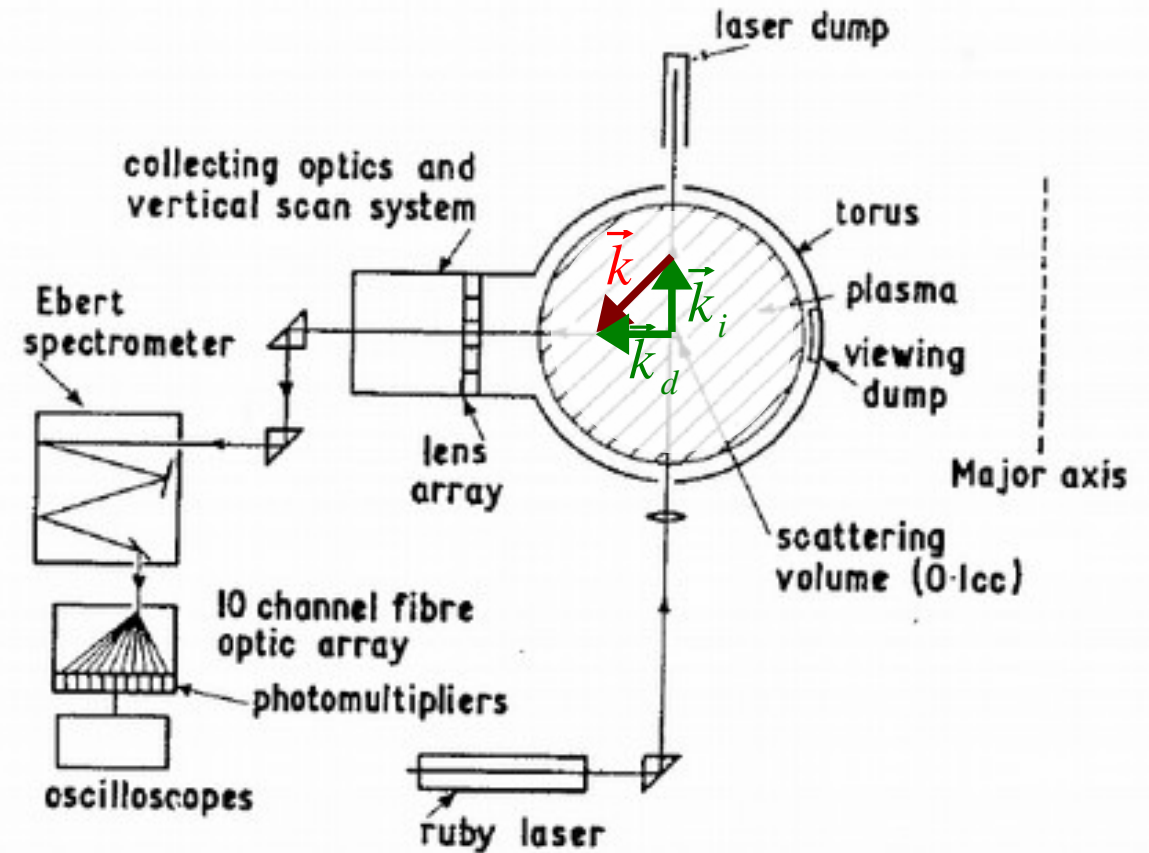
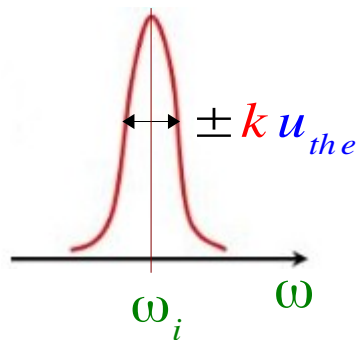


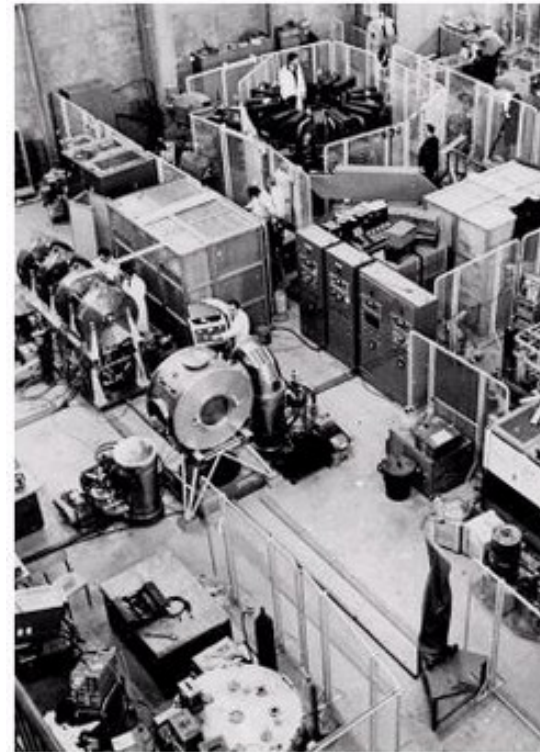
Fig. 1. Schematic diagram of experimental arrangement for Thomson scattering experiment on Tokamak T3.

Peacock et al., Nature (1969)

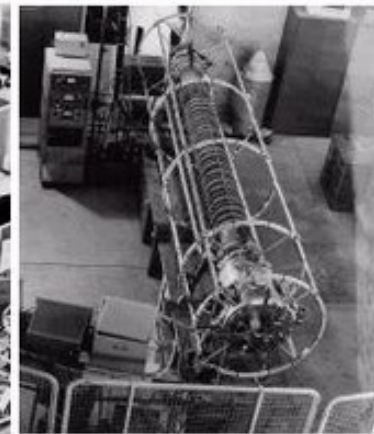
# Début de la recherche en fusion contrôlée en France

**1960** : recherche sur les dispositifs linéaires à Fontenay aux Roses

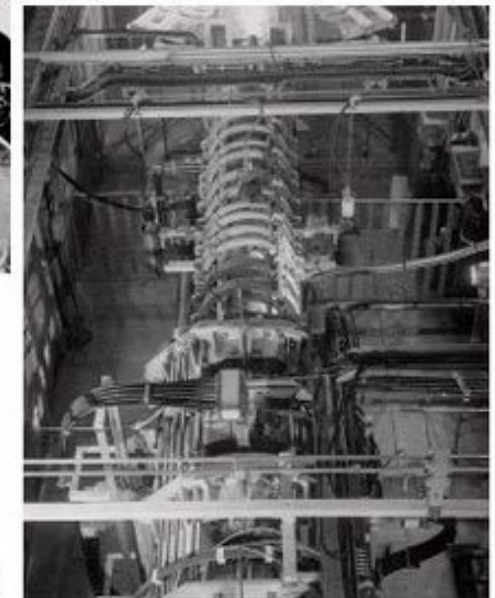
**1974** : tokamak PETULA à Grenoble



Hall Fusion (CEA - 1962)



Capel B (CEA - 1966)



DECA 2B (CEA - 1966)

# 1970 : montée en puissance

**1973** : tokamak **TFR** (Fontenay aux Roses).

Le plasma y atteindra 2keV (20 millions de degrés Kelvin).

Le confinement est bien moins bon que celui prévu par les théories néoclassiques.

Le temps de confinement est corrélé au niveau des fluctuations de densité à petites échelles dans le plasma.

**1978** : tokamak **PLT** à Princeton

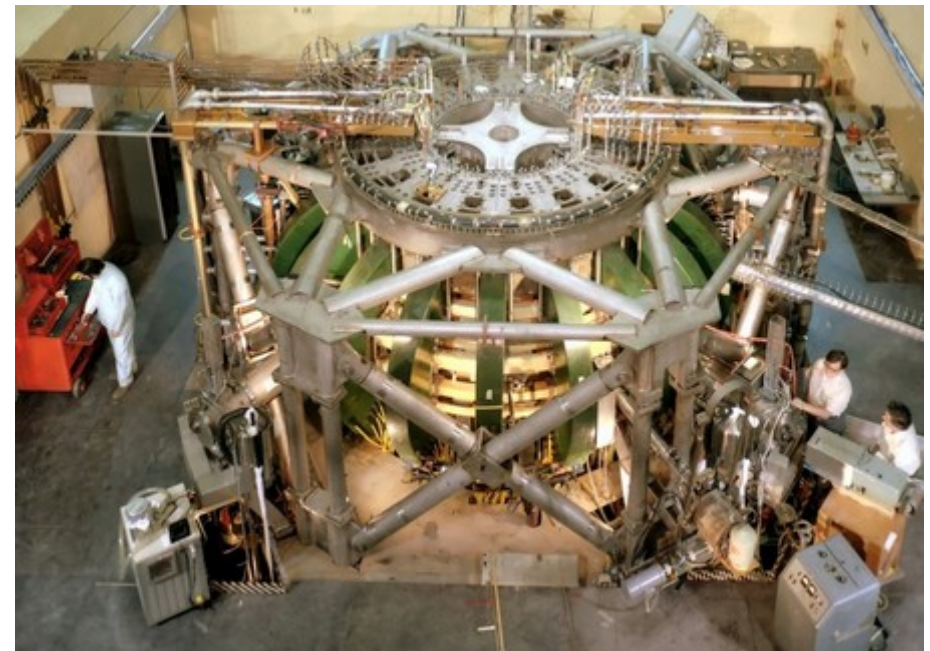
$R_0 = 1,32 \text{ m}$   $a = 0,4 \text{ m}$   $B_T = 4 \text{ T}$   $I_p = 700 \text{ kA}$

Chauffage à la résonance cyclotronique ionique (5 MW)

Injection de faisceau de neutres (3 MW)

Génération de courant à la résonance hybride haute (1 MW)

Le plasma du tokamak PLT (Princeton) atteint la température de 60 millions de degrés.



# 1980 : tokamaks de taille intermédiaire

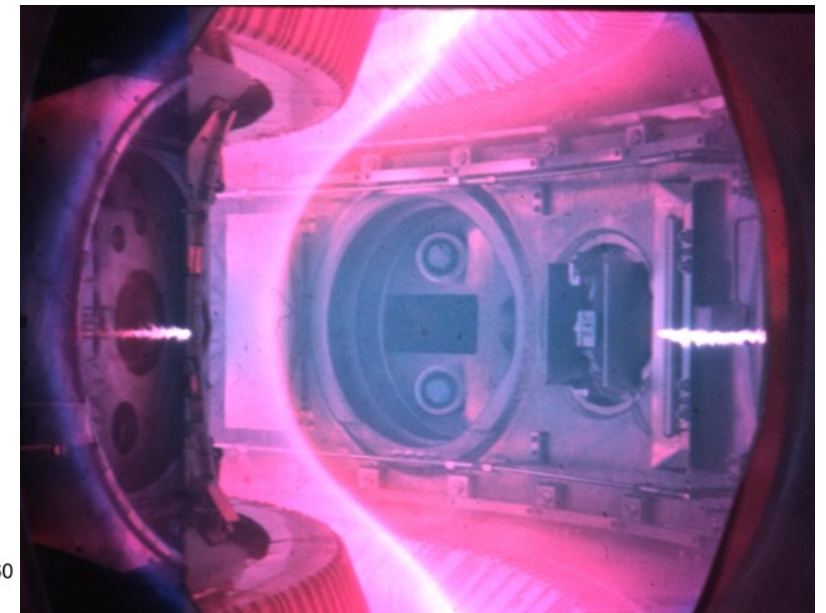
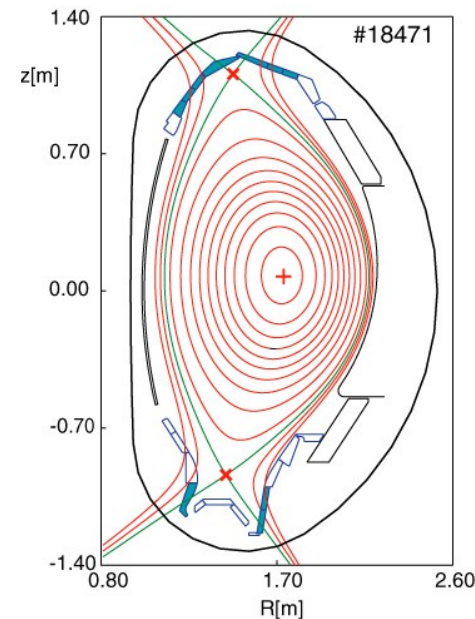
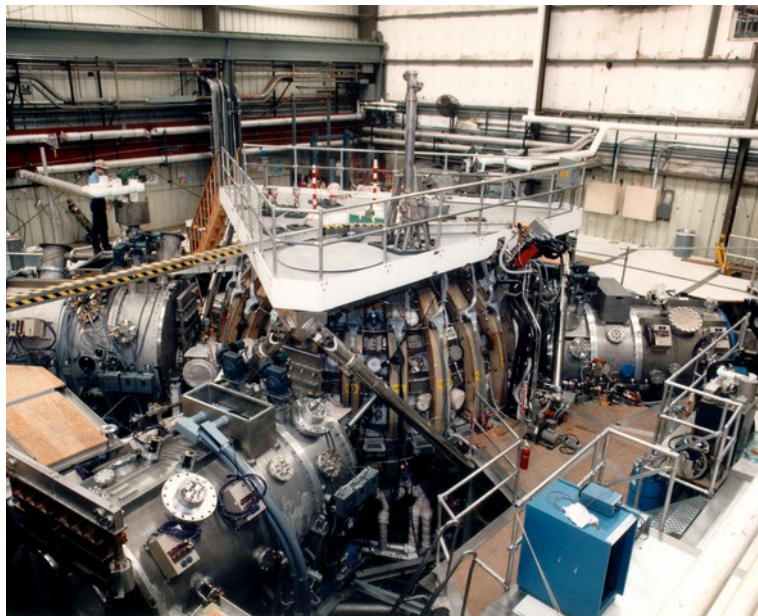
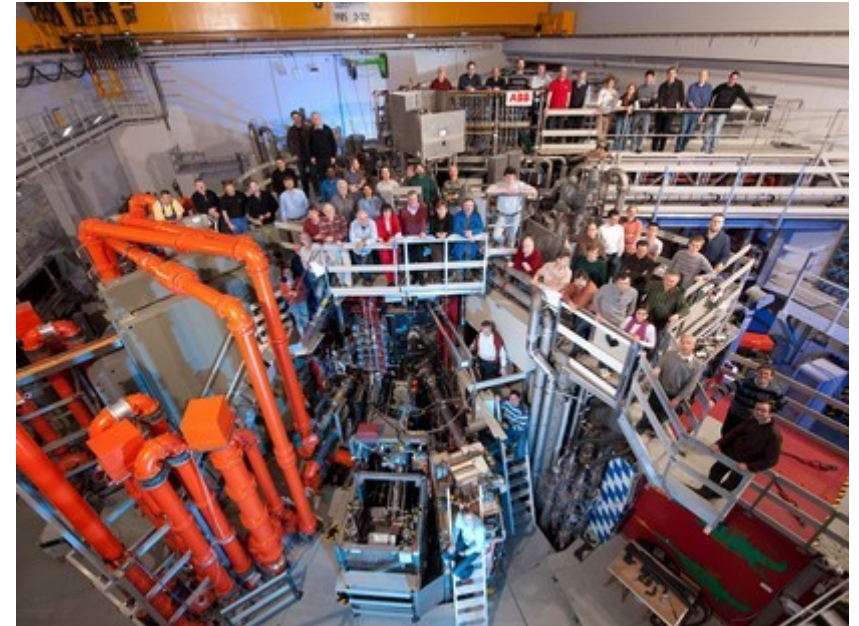
**1982 : ASDEX** (Garching, Munich, D)

Tokamak à divertor en point X

Premier tokamak à atteindre le mode H (confinement amélioré)

**1986 : DIII-D** (San Diego, USA)

Tokamak à section en forme de D

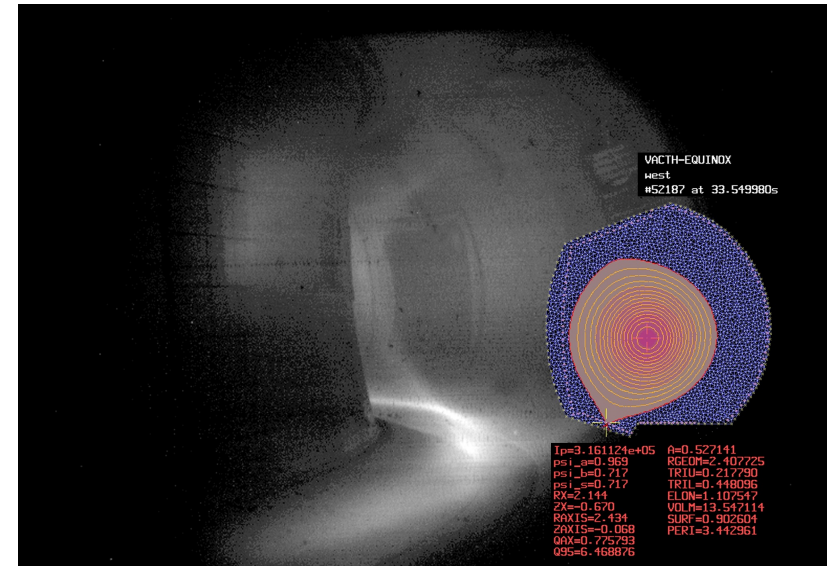
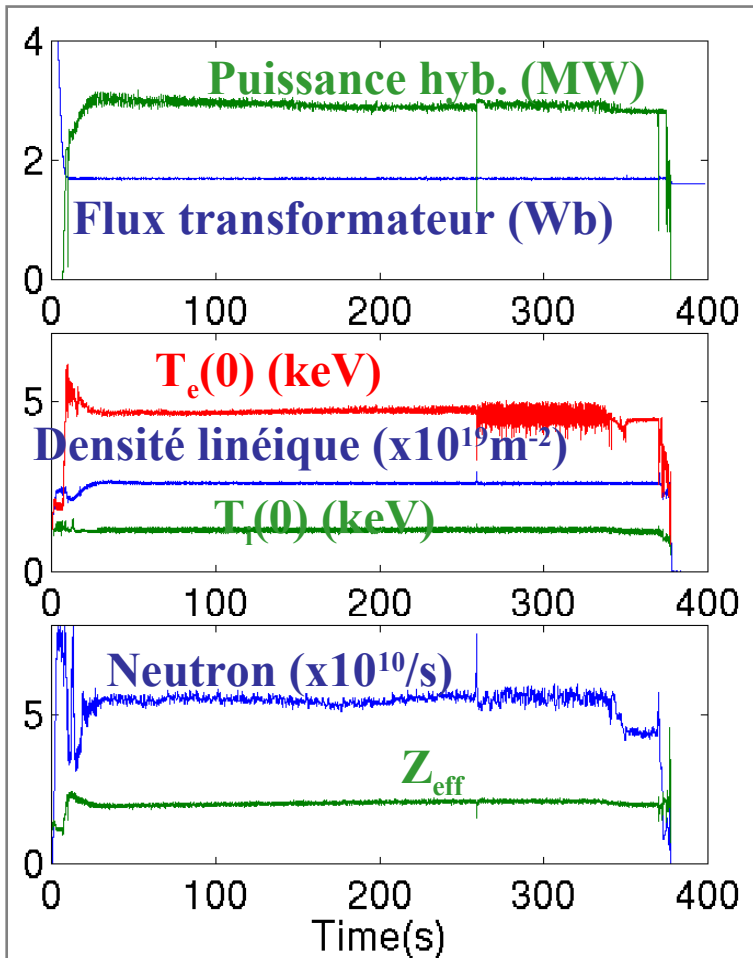
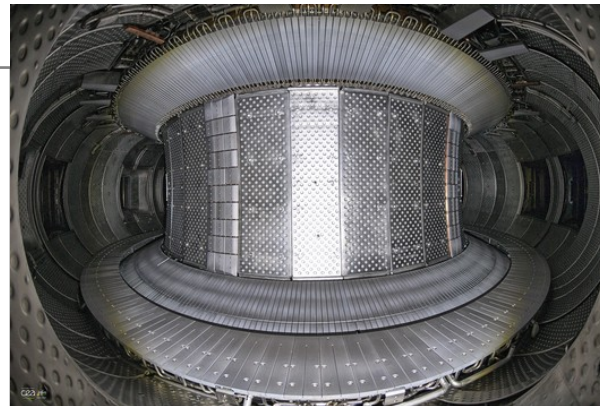
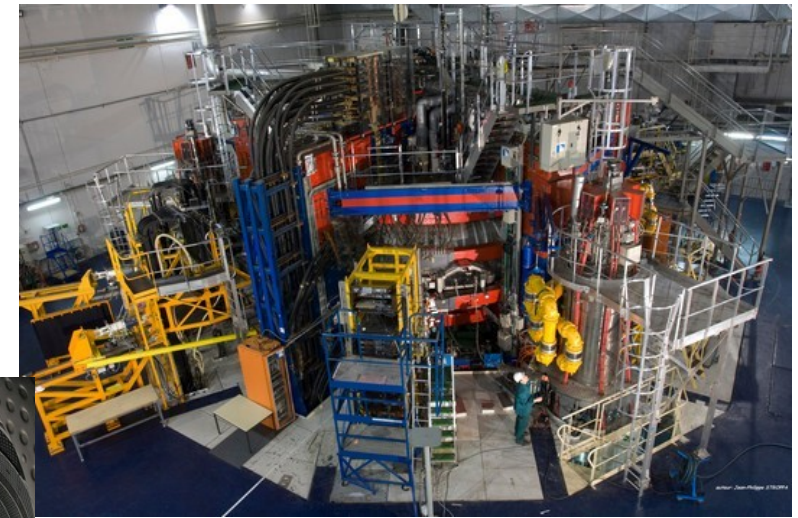


# Tore Supra

1988 : Tore Supra (CEA Cadarache)

$R_0 = 2,2 \text{ m}$   $a = 0,7 \text{ m}$   $B_T = 4,5 \text{ T SC}$   $I_p = 2 \text{ MA}$

Tokamak à bobine supraconductrice et refroidissement actif, permettant des plasmas longs (6 min).



# 1990 : meilleures performances

**1982** : tokamak TFTR (Princeton, USA)

$R_0 = 2.4 \text{ m}$   $a = 0,8 \text{ m}$   $B_T = 6 \text{ T}$   $I_p = 3 \text{ MA}$

**1983** : tokamak européen JET (Culham, Oxford, UK)

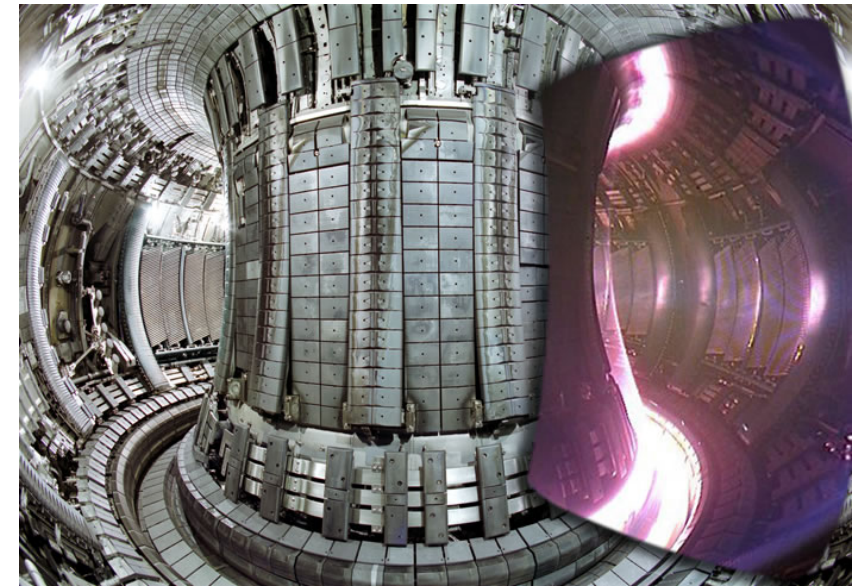
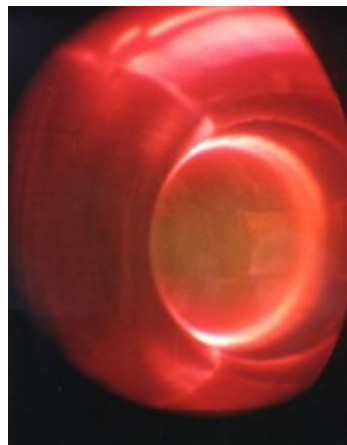
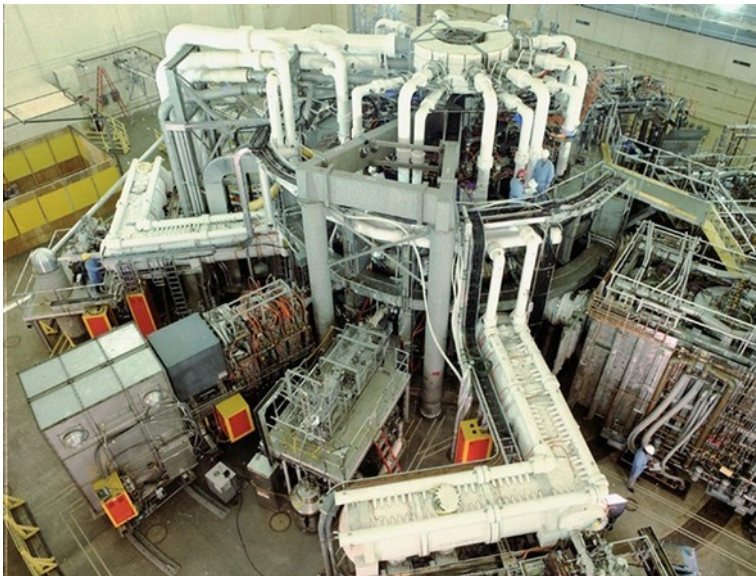
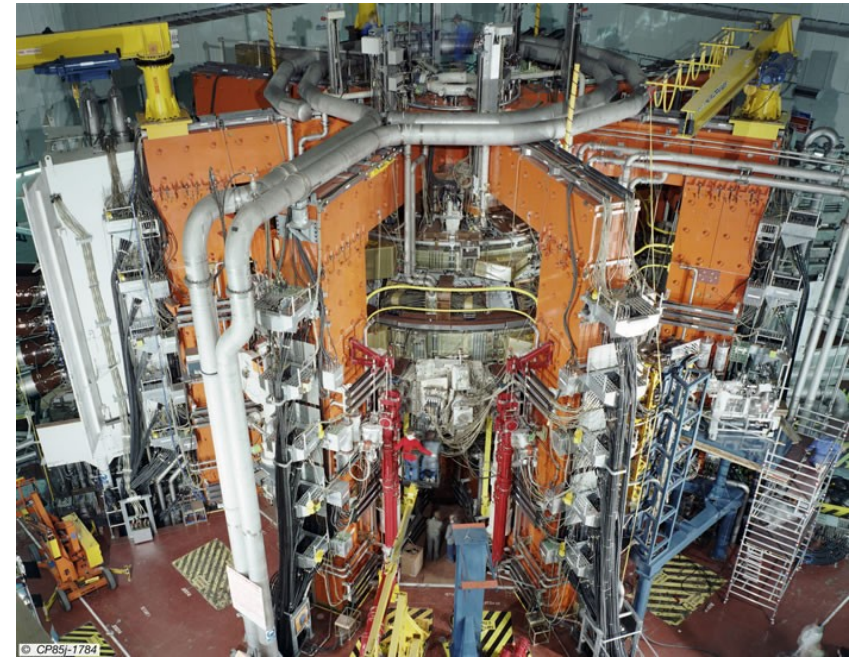
$R_0 = 3 \text{ m}$   $a = 1 \text{ m}$   $B_T = 4 \text{ T}$   $I_p = 6 \text{ MA}$

**1991** : premières expériences avec un mélange de tritium et deutérium dans JET: 2 MW produits par les réactions de fusion.

**1994** : TFTR atteint 9 MW de puissance produite, également en mélange DT.

**1995** : TFTR atteint la température ionique de  $500 \text{ M } ^\circ\text{C}$

**1997** : JET atteint 17 MW pour 25 MW de chauffage (DT)



# Projet ITER

**1986** : lancement de l'équipe internationale de conception d'ITER

**1998** : fin de la phase de dessin d'ITER ( $Q=\infty$ ), remise des dessins; retrait des USA; nouveau projet ITER-FEAT ( $Q=10$ )

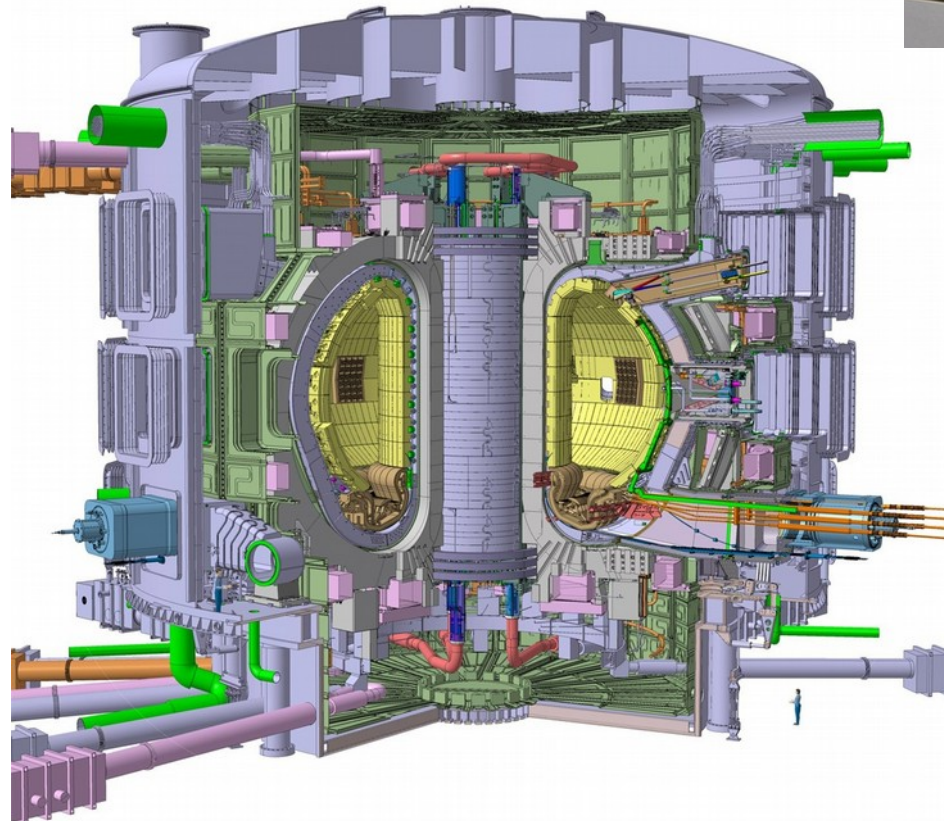
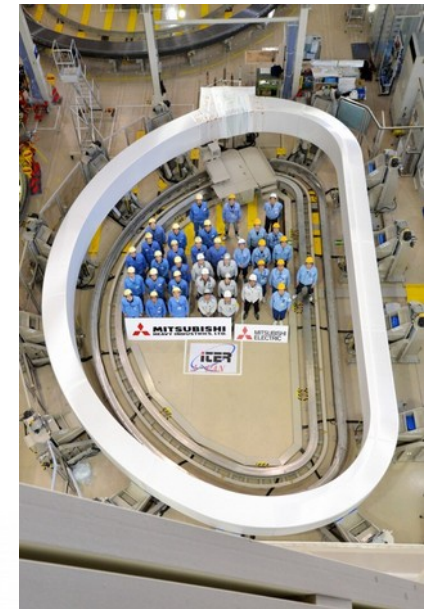
**2007** : accord pour la construction d'ITER à Cadarache. UE + Russie + USA + Chine + Japon + Corée + Inde(plus tard)

$R_0 = 6,2 \text{ m}$     $a = 2 \text{ m}$     $B_T = 5,3 \text{ T}$  SC    $I_p = 15 \text{ MA}$

Objectif : 500 MW de fusion pour 70 MW de chauffage pendant 1000 s

**2027 ?** : premier plasma

**2035 ?** : premier plasma DT



# Stellarators

**1988** : stellarator W7-AS (Garching, D)

$R_0 = 2 \text{ m}$   $a = 0,2 \text{ m}$   $B = 3,5 \text{ T}$  SC  $P_{\text{add}} = 5 \text{ MW}$

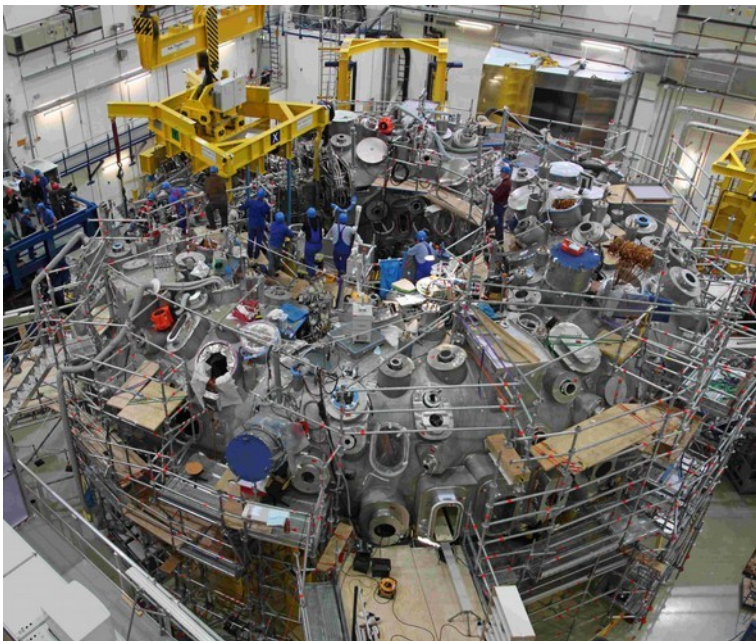
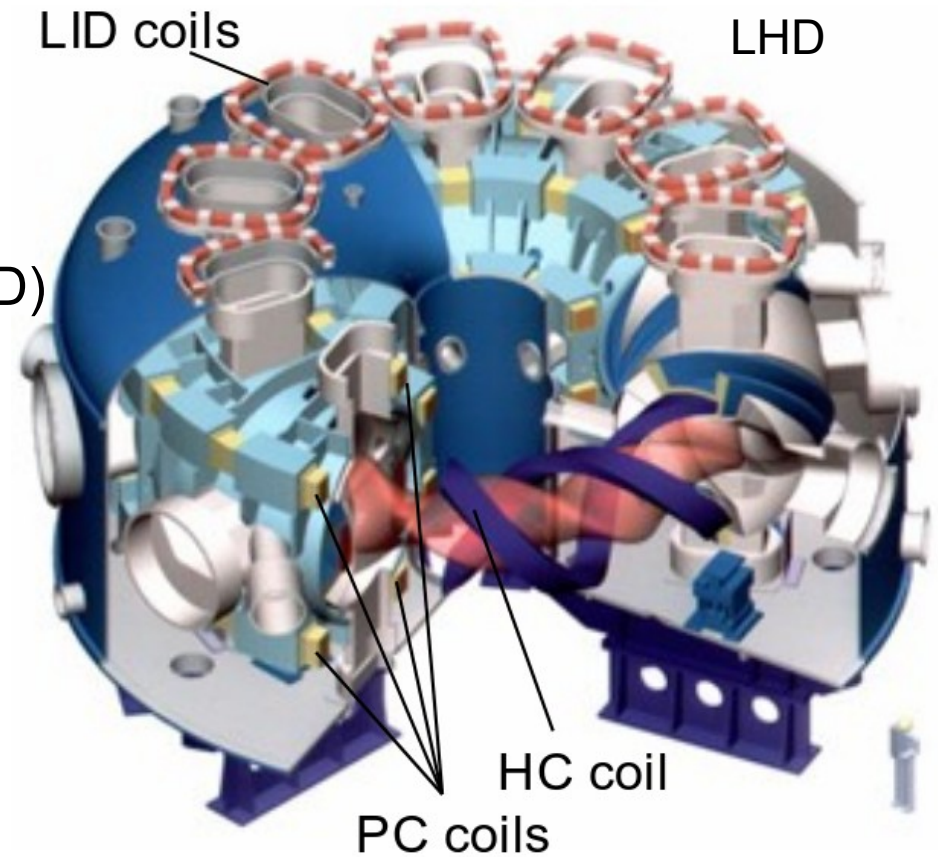
**1994** : décision de construire W7-X à Greifswald (D)

**1998** : stellarator LHD (Japon)

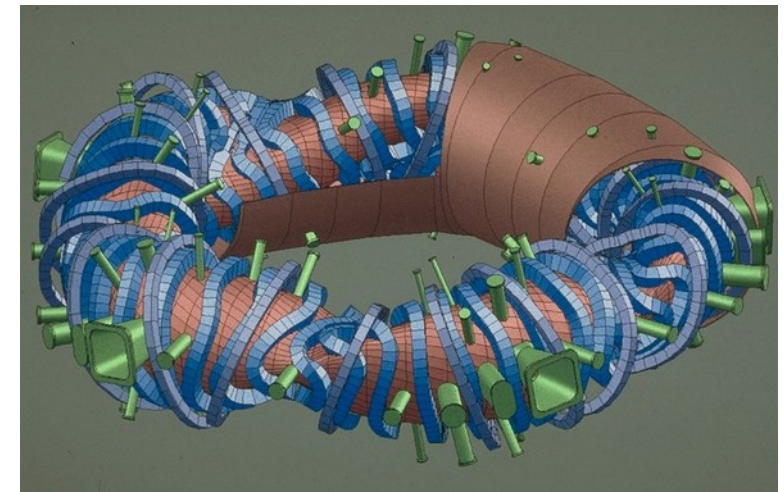
$R_0 = 3.6 \text{ m}$   $a = 0,6 \text{ m}$   $B = 3 \text{ T}$  SC  $P_{\text{add}} = 30 \text{ MW}$

**2015** : W7-X, premier plasma

$R_0 = 5,5 \text{ m}$   $a = 0,5 \text{ m}$   $B_T = 3 \text{ T}$  SC  $P_{\text{add}} = 15 \text{ MW}$



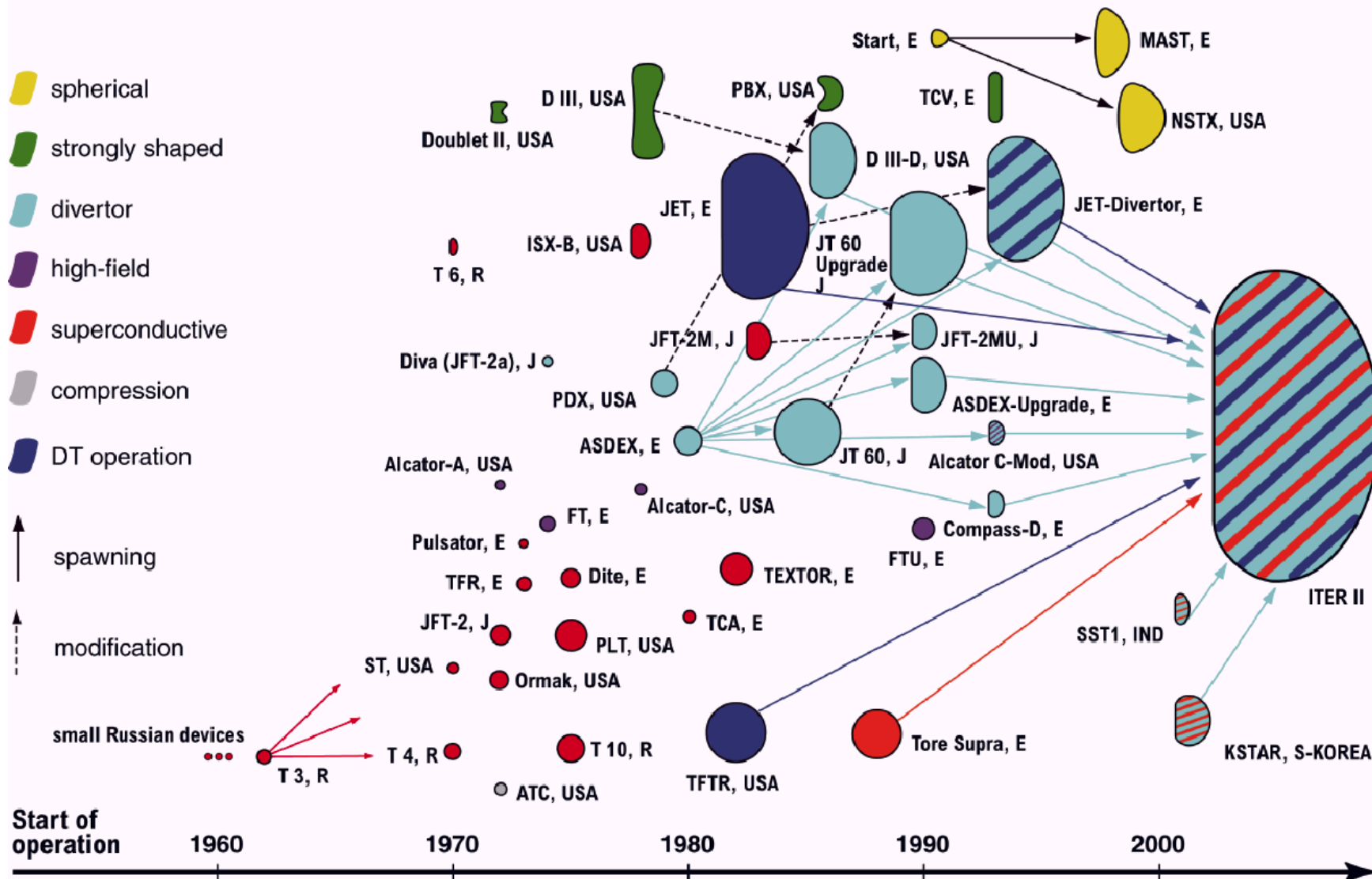
W7-X



# Évolution de la taille des tokamaks

## Évolution de la taille de tokamaks

### Mayor Tokamak Facilities





# Bibliographie

J. Wesson, Tokamaks, 3<sup>rd</sup> edition, Clarendon Press Oxford (2004)

Chap. 2 : Plasma physics

Chap. 3 : Equilibrium

J. P. Freidberg, Plasma Physics and Fusion Energy, Cambridge Univ. Press (2008)

Chap. 8 : Single particle motion in a plasma

Chap. 11 : Macroscopic Equilibrium

W. M. Stacey, Fusion Plasma Physics, Wiley-Vch (2005)

Chap. 2 : Motion of Charged particles

Chap. 6 : Plasma equilibria

J.-M. Rax, Physique des Tokamaks, Éditions de l'École polytechnique (2011)

Chap. 6 : Confinement Orbital

Chap. 7 : Magnétohydrodynamique

# Constantes physiques

$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$  : constante de Boltzmann

$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$  : constante de Planck

$C = 2,99 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$  : vitesse de la lumière dans le vide

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$  : permittivité du vide

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$  : perméabilité du vide

$q_e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  : charge élémentaire

$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  : masse de l'électron

$r_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_e^2}{m_e c^2} = 2,82 \cdot 10^{-15} \text{ m}$  : rayon classique de l'électron

$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  : nombre d'Avogadro

$m_u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  : unité de masse atomique

- Grandeurs standard

$T_0 = 273,15 \text{ K}$  : température standard de l'air ( $0^\circ \text{C}$ )

$P_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  : pression standard de l'air

$n_0 = 2,69 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$  : densité moléculaire d'un gaz parfait à  $T_0$  et  $P_0$

- Unités

$1 \text{ Torr} = \frac{1,013 \cdot 10^5}{760} \text{ Pa} = 133,3 \text{ Pa}$  : pression correspondant à 1 mm de mercure

$1 \text{ eV} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{1,38 \cdot 10^{-23}} \text{ K} = 1,16 \cdot 10^4 \text{ K}$